RECHERCHE EN BREF

# COMPRENDRE LES MÉCANISMES DE L'ENSEIGNEMENT PAR DES ÉTUDES COMPARATIVES

## L'enseignement des mathématiques en Ontario dans une perspective internationale

LES MCLEAN
RICHARD WOLFE
MERLIN WAHLSTROM

Cette étude a été effectuée dans le cadre d'un contrat conclu avec le ministère de l'Éducation de l'Ontario.
Les opinions qu'y exposent les auteurs sont les leurs et ne concordent pas forcément avec celles du ministère.

Sean Conway, ministre
Bernard J. Shapiro, sous ministre

Ontario
Ministère de l'Éducation

# COMPRENDRE LES MÉCANISMES DE L'ENSEIGNEMENT PAR DES ÉTUDES COMPARATIVES

## L'enseignement des mathématiques en Ontario dans une perspective internationale

---

LES MCLEAN
RICHARD WOLFE
MERLIN WAHLSTROM

Cette étude a été effectuée dans le cadre d'un contrat conclu avec le ministère de l'Éducation de l'Ontario.

Les opinions qu'y exposent les auteurs sont les leurs et ne concordent pas forcément avec celles du ministère.

Sean Conway, ministre
Bernard J. Shapiro, sous ministre

© IMPRIMEUR DE LA REINE POUR L'ONTARIO, 1987

On peut commander d'autres exemplaires de ce document à l'une des adresses suivantes :

**Services des publications**
**L'Institut d'études pédagogiques**
**de l'Ontario**
**252, rue Bloor ouest**
**Toronto (Ontario)**
**M5S 1V6**
**(416) 926-4707**

Les commandes de moins de 30,00 $
doivent être accompagnées d'un
chèque ou mandat de poste fait à
l'ordre de l'Institut d'études
pédagogiques de l'Ontario.

**Services des publications du MSG**
**880, rue Bay, 5e étage**
**Toronto (Ontario)**
**M7A 1N8**
**(416) 965-6015**
**(Sans frais) 1-800-268-7540**
**(Sans frais si votre indicatif**
**régional est le 807) Demandez**
**le Zénith 67200 au ou à la**
**téléphoniste.**

Les commandes doivent être
accompagnées d'un chèque ou
mandat de poste rédigé à
l'ordre du Trésorier de l'Ontario.

---

*Contrat 1052*
*ONO 4498*

**Données de catalogage avant publication (Canada)**

McLean, Leslie D.
Comprendre les mécanismes de l'enseignement par des études comparatives

(Recherche en bref)
Publié aussi en anglais sous le titre : Learning about teaching from comparative studies.
Bibliogr.: p.
ISBN 0-7729-2672-7

1. Mathématiques — Étude et enseignement.
2. Mathématiques — Étude et enseignement — Ontario.
3. Éducation comparée. I. Wolfe, Richard G.
II. Wahlstrom, Merlin W. III. Ontario. Ministère de l'éducation. IV. Titre. V. Collection.

QA11.M3414 1987 510'.7 C87-099632-0

## TABLES DES MATIÈRES


**Liste des tableaux** v

**Liste des figures** vii

**Avant-propos** ix

**Remerciements** xii

**1. Les multiples facettes de l'enseignement des mathématiques** 1

1.1. Description du contenu et des participants 1
1.1.1. Le programme scolaire et les enseignants 2
1.1.2. Écoles et élèves 9

1.2. Éléments renforçant l'enseignement en classe 12

**2. Les programmes officiels : plus d'aspects communs que de différences** 16

2.1. Documents exposant les programmes prévus et mis en oeuvre 16
2.2. Regroupement de questions et établissement de la concordance avec les programmes 16
2.3. Contenu du programme scolaire prévu pour la 8$^{e}$ année 20
2.4. Contenu du programme scolaire prévu pour les élèves de 13$^{e}$ année se spécialisant en mathématiques 20
2.5. Contenu du programme scolaire mis en oeuvre 23
2.6. Programme prévu et programme mis en oeuvre 26

**3. Attitudes et rendement en Ontario** 31

3.1. Les réponses des élèves ontariens appartenant à la population A 31
3.1.1. Enseigner et étudier les fractions et l'algèbre 31
3.1.2. Attitudes des élèves de 8$^{e}$ année à l'égard des mathématiques 34

3.2 La population B de l'Ontario 37
3.2.1. Les résultats obtenus en calcul infinitésimal et en algèbre 37
3.2.2. Les attitudes des élèves se spécialisant en mathématiques 38
3.2.3. La participation des filles 39
3.2.4. Les cours échelonnés sur un semestre ou sur toute l'année scolaire 43

3.3. Rétablissement d'un lien direct entre les résultats de la SEIM, d'une part, et l'enseignement et l'apprentissage, d'autre part 43

**4. Comment faire correspondre l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques** 45

4.1. Le programme de mathématiques dispensé dans les classes de 8e année de l'Ontario 45
4.1.1. Dépistage et répartition par niveau 46
4.1.2. Différenciation du contenu 48
4.1.3. Connaissance et apprentissage 50

4.2. Programme de mathématiques avancées au cycle supérieur de l'Ontario 52
4.2.1. Le caractère sélectif du système et la spécialisation 52
4.2.2. Le contenu des cours de mathématiques dispensés au cycle supérieur du palier secondaire 55
4.2.3. La formation de l'élite 56

4.3. Résumé et conclusions 57

**Bibliographie** 61

**Annexe A Participants à la seconde enquête internationale sur l'enseignement des mathématiques** 63

**Annexe B Rapports parus ou à paraître relativement à la seconde enquête internationale sur l'enseignement des mathématiques** 65

**Notes** 68

## Liste des tableaux


| | | |
|---|---|---|
| Tableau 1-1 : | Énoncés de l'échelle intitulée les mathématiques en tant que processus | 8 |
| Tableau 1-2 : | Répartition du temps entre les diverses tâches selon les rapports des enseignants | 9 |
| Tableau 1-3 : | Caractéristiques des écoles ayant participé à l'étude longitudinale sur la population A | 10 |
| Tableau 1-4 : | Caractéristiques des échantillons de la population A dans les huit pays ayant participé à l'étude longitudinale sur le processus pédagogique | 11 |
| Tableau 1-5 : | Pourcentage d'élèves de la population B appartenant au groupe d'âge ou au groupe scolaire concernés en 1981 | 13 |
| Tableau 2-1 : | Structure de l'ensemble final des questions relatives à la population A faisant l'objet de la seconde enquête internationale sur l'enseignement des mathématiques | 19 |
| Tableau 2-2 : | Structure de l'ensemble final des questions relatives à la population B faisant l'objet de la seconde enquête internationale sur l'enseignement des mathématiques | 19 |
| Tableau 2-3: | Indice de dépassement du programme prévu par rapport au programme mis en oeuvre pour les sujets enseignés à la population A | 29 |
| Tableau 2-4 : | Indice de dépassement des prédictions des enseignants par rapport au rendement réel des élèves | 30 |
| Tableau 3-1 : | Sommaire des réponses des élèves ontariens (%) appartenant à la population A et des rapports "Enseignement et apprentissage" préparés par les enseignants (%) relativement aux douze questions constituant le sous-ensemble portant sur les fractions ordinaires du questionnaire traitant de l'arithmétique | 32 |

| | | |
|---|---|---|
| **Tableau 3-2 :** | Sommaire des réponses des élèves ontariens (%) appartenant à la population A et des rapports "Enseignement et apprentissage" préparés par les enseignants (%) relativement aux treize questions constituant le sous-ensemble portant sur les fractions décimales du questionnaire traitant de l'arithmétique | 35 |
| **Tableau 3-3 :** | Sommaire des réponses des élèves ontariens (%) appartenant à la population A et des rapports "Enseignement et apprentissage" préparés par les enseignants (%) relativement aux cinq questions constituant le sous-ensemble portant sur les entiers relatifs du questionnaire traitant de l'arithmétique | 36 |
| **Tableau 3-4 :** | Sommaire des réponses des élèves ontariens (%) appartenant à la population B et des rapports "Enseignement et apprentissage" préparés par les enseignants (%) relativement aux quatorze questions constituant le sous-ensemble portant sur la différenciation du questionnaire traitant de l'analyse | 40 |
| **Tableau 3-5 :** | Sommaire des réponses des élèves ontariens (%) appartenant à la population B et des rapports "Enseignement et apprentissage" préparés par les enseignants (%) relativement aux douze questions constituant le sous-ensemble portant sur l'intégration du questionnaire traitant de l'analyse | 41 |
| **Tableau 3-6 :** | Sommaire des réponses des élèves ontariens (%) appartenant à la population B relativement aux seize questions consituant le sous-ensemble portant sur l'algèbre du questionnaire traitant de l'analyse | 42 |

## Liste des Figures


| | | |
|---|---|---|
| **Figure 1-1 :** | Questionnaires et tests destinés aux écoles, aux enseignants et aux élèves et administrés aux populations A et B lors de la seconde enquête internationale sur l'enseignement des mathématiques | 3 |
| **Figure 1-2 :** | Exemples tirés du questionnaire sur le processus pédagogique destiné aux enseignants de la population A et portant sur les fractions | 4 |
| **Figure 1-3 :** | Modèle des trois programmes scolaires selon la seconde enquête internationale sur l'enseignement des mathématiques | 6 |
| **Figure 2-1 :** | Questions aux enseignants sur leur façon d'enseigner la multiplication des nombres entiers à leur classe cible | 17 |
| **Figure 2-2 :** | Pourcentage, par sujet, des éléments de matière faisant l'objet des questions relatives à la population A de la SEIM que chaque pays prévoit couvrir | 21 |
| **Figure 2-3 :** | Pourcentage, par sujet, des éléments de matière faisant l'objet des questions relatives à la population B de la SEIM que chaque pays prévoit couvrir | 22 |
| **Figure 2-4 :** | Pourcentage, par sujet, des éléments de matière faisant l'objet des questions relatives à la population A de la SEIM que chaque pays a couverts | 25 |
| **Figure 2-5 :** | Pourcentage, par sujet, des éléments de matière faisant l'objet des questions relatives à la population B de la SEIM que chaque pays a couverts | 26 |
| **Figure 4-1 :** | Degré de variance dans les résultats des tests préliminaires qui peut être attribué aux écoles, aux classes et aux élèves | 47 |
| **Figure 4-2 :** | Encadrés schématiques de la répartition des occasions d'apprentissage entre les classes de la population A, par domaine d'apprentissage et par pays | 51 |

| | | |
|---|---|---|
| **Figure 4-3 :** | Graphique à doubles barres sur le pourcentage des élèves qui ont oublié et de ceux qui ont appris dans trois domaines d'apprentissage | 53 |
| **Figure 4-4 :** | Histogramme des élèves de la population B par rapport à l'ensemble du groupe d'âge et du niveau scolaire | 54 |
| **Figure 4-5 :** | Histogramme des occasions d'apprentissage des mathématiques offertes aux élèves de la population B | 55 |
| **Figure 4-6 :** | Graphique du rendement moyen de la population B en analyse et des rendements estimatifs des meilleurs élèves | 57 |

## Avant-propos

Il faut une décennie, des milliers de gens et des millions de dollars pour planifier et effectuer des enquêtes sur le rendement scolaire dans plusieurs pays. Alors pourquoi le faire? Quels avantages pourraient-ils justifier de tels efforts? Le présent rapport cherche à répondre à ces questions, dans le contexte de l'une des deux provinces canadiennes qui ont participé à titre de "pays" à la seconde enquête internationale sur l'enseignement des mathématiques. Ce projet a été réalisé au début des années 1980, sous l'égide de l'Association internationale pour l'évaluation du rendement scolaire. Cette étude constituait l'un des éléments d'une série continue d'enquêtes de ce type portant notamment sur la langue maternelle et les langues étrangères, les sciences, le cadre d'apprentissage, le passage de l'école au milieu du travail et la constitution d'une banque d'instruments de mesure.

La première enquête internationale sur l'enseignement des mathématiques a été réalisée pendant les années 1960 et le compte-rendu de ses résultats est paru en deux volumes (Husén, 1967). Cette enquête se penchait sur l'organisation des écoles, programmes scolaires compris, utilisant le rendement dans les cours de mathématiques comme indice du rendement scolaire global. Il s'agissait d'une étude des écoles et de l'enseignement, utilisant le rendement en mathématiques comme indice de la production, plutôt que d'une étude sur l'enseignement des mathématiques.

Dès le départ, l'objet de la seconde enquête (désignée plus tard par les initiales SEIM) était d'analyser l'enseignement des mathématiques, soit la matière présentée, les méthodes pédagogiques utilisées et les techniques produisant les meilleurs résultats. Le rendement en mathématiques n'était qu'un élément, bien qu'important, de l'ensemble du tableau. Une comparaison des résultats obtenus dans plusieurs pays, petits et grands, industrialisés et en voie de développement, nous permet d'en apprendre plus que si les études avaient porté sur un pays à la fois. On a traité de l'organisation des écoles et évalué les classes sociales en tant qu'éléments influençant non seulement le rendement, mais aussi les programmes scolaires et les méthodes pédagogiques.

L'enquête portant sur l'enseignement des mathématiques a été préparée en fonction de deux périodes de transition importantes : la première, à la fin du palier élémentaire et au tout début du palier secondaire et la deuxième, à la fin du palier secondaire. L'échantillon de la première période de transition, la **population A**, devait regrouper des élèves du niveau scolaire dans lequel la plupart des enfants avaient de 13,0 à 13,11 ans au milieu de l'année. Dans la plupart des pays, tous les enfants de cet âge fréquentent encore l'école. Par contre, l'échantillon de la deuxième période ne regroupait que des élèves se spécialisant en mathématiques, c'est-à-dire étudiant ce sujet pendant au moins cinq heures par semaine. Dans certains pays, moins de 10 p. 100 des jeunes de cet âge vont encore à l'école. Le tableau ci-dessous donne la liste des pays participants et des abréviations utilisées pour les désigner; l'annexe A fournit des renseignements supplémentaires sur ces pays.

Au moment où nous rédigeons notre petit ouvrage, la plupart des pays participants ont déjà publié leur rapport "national" et les résultats des

Liste des pays participants à la seconde enquête internationale sur l'enseignement des mathématiques et des abréviations les désignant dans le présent rapport

| | |
|---|---|
| Belgique, écoles de langue flamande (BFL) | Irlande (IRL) |
| Belgique, écoles de langue française (BFR) | Israël (ISR) |
| Canada, Colombie-Britannique (CCB) | Japon (JAP) |
| Canada, Ontario (CON) | Luxembourg (LUX) |
| Angleterre et pays de Galles (AGA) | Pays-Bas (PAB) |
| Finlande (FIN) | Nouvelle-Zélande (NZE) |
| France (FRA) | Écosse (ECO) |
| Hong-Kong (HKO) | Swaziland (SWA) |
| Hongrie (HON) | Suède (SUE) |
| | Thaïlande (THA) |
| | États-Unis (USA) |

analyses comparant les résultats de plusieurs pays sont sous presse. Des publications destinées aux enseignants et des revues portant sur l'éducation ont déjà fait paraître de nombreux rapports sur le sujet et plusieurs vues d'ensemble.[1]

Le premier chapitre du présent rapport décrit la conception de l'enquête et explique comment des perceptions divergentes des deux populations ont entraîné le choix d'échantillons fort différents d'un pays à l'autre. La population A de l'Ontario (échantillon tiré des classes de huitième année) était plus variée que celle de la plupart des autres participants et plus représentative que celle de la Colombie-Britannique, par exemple. En Ontario, le groupe plus âgé (population B) représentait un segment plus vaste de l'ensemble de la population que dans la plupart des autres pays, même si la définition ne permettait de choisir que des élèves suivant au moins deux des trois cours de mathématiques de niveau avancé offerts en 13$^{e}$ année. La diversité de la population ontarienne s'est également manifestée par une gamme inhabituelle de professions et de niveaux d'instruction chez les parents.

Le deuxième chapitre porte sur le programme scolaire officiel, qui est décrit dans le programme-cadre du ministère de l'Éducation, et sur les instruments dont on dispose pour évaluer le rendement des élèves utilisant ces programmes. À cet égard, l'Ontario ne diffère pas beaucoup du reste du monde. Toutefois, les enseignants font partout des choix, tout en respectant les grandes lignes du programme adopté, et leurs préférences produisent des variations importantes d'une école à l'autre et d'une classe à l'autre quant à la matière présentée et aux points qui sont approfondis. Ce chapitre définit les caractéristiques des écoles et des enseignants de l'Ontario et les compare à ceux d'autres pays.

Le troisième chapitre étudie le rendement et les attitudes des élèves ontariens. Les chapitres 1 et 2 ont déjà prouvé qu'il était impossible de faire des comparaisons simples et directes entre les différents types d'échantillons des divers pays. Ce problème se pose même pour les échantillons du Canada (Ontario et Colombie-Britannique)! Nous discutons donc d'abord du rendement en Ontario, sujet par sujet, souvent élément par élément, par rapport à d'autres caractéristiques de l'enseignement. Étant donné le grand intérêt que portent les éducateurs à la différenciation des sexes, nous avons étudié les différences de rendement entre les garçons et les filles. Partout, le rendement est lié directement à l'enseignement, soit aux occasions d'apprentissage dont disposent

les élèves. Les attitudes sont considérées comme des résultats à part entière ainsi que comme une mesure à mettre en corrélation avec le rendement. En moyenne, le rendement des élèves ontariens se situait à mi-chemin entre le premier et le dernier dans le groupe de pays participants. De fait, l'Ontario définit souvent la médiane exacte des résultats de l'ensemble.

Le dernier chapitre présente les leçons et les conclusions plausibles que l'on a tirées de l'étude. Nous y discutons des résultats obtenus en Ontario principalement dans une perspective internationale. Comme les documents analysant les résultats de tous les pays étudiés n'ont pas encore été publiés, nous ne pouvons encore formuler de conclusions globales. Il faudra pour cela étudier la question et peut-être même l'analyser plus en profondeur. Il semble bien que les élèves de l'Ontario suivent moins de cours de mathématiques en $8^e$ année et plus en $12^e$ et en $13^e$ année que ceux de plusieurs autres pays. Dans beaucoup de pays, le programme comprend plus d'algèbre en $8^e$ année, par exemple, et les élèves sont capables d'assimiler la matière enseignée. On consacre beaucoup de temps partout à la révision du contenu des anciens cours d'arithmétique, mais sans qu'il en résulte des augmentations systématiques du rendement. La plupart des pays, à l'exception de l'Ontario, de la France et du Japon, dirigent les élèves dans plusieurs voies déterminées à partir de la $8^e$ année.

La quantité de devoirs varie beaucoup d'un pays à l'autre. Les élèves qui font plus de devoirs que les autres ont tendance à avoir des notes légèrement meilleures, comme la plupart des observateurs s'y attendaient. On peut se demander si les aptitudes acquises en calcul différentiel et intégral justifient le temps qui est consacré à l'enseignement de cette matière. Le taux de participation de la population B est élevé en Ontario par rapport à celui d'autres pays, et les meilleurs élèves sont à peu près du même calibre que ceux d'autres endroits. En somme, si nous ne pouvons pas tirer une conclusion globale, nous faisons néanmoins plusieurs constatations qui donnent à réfléchir.

## Remerciements

Le ministère de l'Éducation a fourni à l'Institut d'études pédagogiques de l'Ontario les fonds nécessaires à la seconde enquête internationale sur l'enseignement des mathématiques. Le personnel du Ministère a siégé au comité consultatif et a apporté aide et appui aux responsables du projet pendant sa réalisation. M. Les McLean a joué le rôle de coordonnateur de la recherche à l'échelle nationale, M. Merlin Wahlstrom, celui de cocoordonnateur, et M. Dennis Raphael, celui de directeur à plein temps de ce projet complexe. M. Richard Wolfe a continuellement offert ses conseils et son appui, jouant de plus le rôle de conseiller auprès du Comité international des mathématiques. Ces personnes et d'autres encore, trop nombreuses pour que nous les nommions toutes, ont permis à l'Ontario de participer à cette importante étude.

Le présent rapport doit tant aux ébauches des livres qui décriront les aspects internationaux de cette étude qu'il nous est impossible de renvoyer à ces sources chaque fois que nous les utilisons. Les comparaisons des résultats obtenus en Ontario et de ceux d'autres pays sont inspirées des manuscrits des rapports à venir. Nous devons remercier Ken Travers, Bob Garden, Daniel Robin, David Robitaille et les autres auteurs. L'annexe B énumère tous les rapports en préparation, avec le nom des éditeurs qui devraient les publier et les dates de parution prévues.

M. H. Howard Russell, qui était en communication avec les organisateurs depuis que le projet d'étude avait vu le jour, a présidé le comité consultatif qui a guidé l'étude ontarienne et dont les personnes suivantes étaient les membres :

Ed Barbeau, professeur à l'Université de Toronto
Lorna Morrow, Conseil de North York
Norman Sharp, Conseil d'Etobicoke
Robert Tuck, Conseil de Nipissing
Jerry Morgan, C.E.S.C. de Dufferin-Peel
Maurice Poirier, Conseil de Carleton
Michael Silbert, Conseil de Hamilton
Les McLean, Institut d'études pédagogiques de l'Ontario

## Chapitre 1

## Les multiples facettes de l'enseignement des mathématiques

La première enquête internationale sur l'enseignement des mathématiques constituait un projet complètement nouveau et les rapports qui en ont résulté ont été cités un peu partout. Cette enquête a toutefois également suscité de nombreuses critiques, surtout de la part des groupes concernés par les mathématiques et leur enseignement.[2] Un professeur des Pays-Bas, qui était à l'époque rédacteur en chef d'une revue réputée traitant de l'enseignement des mathématiques, a formulé à son égard une critique particulièrement longue et dure (Freudenthal, 1975). Il s'en est pris à pratiquement tous les aspects de l'enquête et a noté que les mathématiciens et les éducateurs spécialisés en mathématiques n'avaient pas été le centre de sa planification et de sa réalisation.

Les membres d'un groupe qui s'est réuni en Écosse en 1974 pour envisager d'entreprendre la seconde enquête ont résolu de donner une place de choix aux mathématiciens et aux éducateurs spécialisés en mathématiques. À l'Université de l'Illinois en 1976, les organisateurs de plusieurs pays se rencontraient pour la première fois afin de discuter des divers aspects de l'étude et commençaient à concevoir une enquête sur l'enseignement des mathématiques qui décrirait la matière enseignée et les méthodes utilisées, en plus du rendement des élèves. Elle comprendrait en outre un examen exhaustif des caractéristiques du système scolaire, de l'école, de l'enseignant et de l'élève, qui permettrait d'interpréter les résultats relatifs à l'enseignement et à l'apprentissage dans un vaste contexte. Cette étude comprendrait également un rapport sur les attitudes des enseignants et des élèves et viserait deux groupes distincts, l'un étant arrivé à la fin du palier élémentaire (population A) et l'autre, à la fin du palier secondaire (population B), afin de brosser le tableau de l'enseignement et de l'apprentissage le plus complet jamais produit relativement à n'importe quelle matière.

### 1.1 Description du contenu et des participants

Pour que la SEIM constitue plutôt une étude de l'enseignement des mathématiques qu'une enquête sur le rendement des élèves, on a recueilli des données sur pratiquement tous les aspects de l'enseignement et de l'apprentissage qui se prêtaient à des tests, à des questionnaires et à une analyse de documents. Les organisateurs avaient pris les mesures nécessaires pour que le rendement des élèves soit évalué au début et à la fin de l'année (test préliminaire et test-bilan), mais huit pays seulement ont administré les deux tests à la population A et un pays seulement (les États-Unis) les a administrés tous les deux à la population B. Les organisateurs ont élaboré toute une série de questionnaires, devant être remplis à plusieurs moments pendant l'année scolaire, relativement aux autres facteurs à l'étude. La figure 1-1 illustre les divers questionnaires et test et indique le moment où ils ont été utilisés.

Les questionnaires et tests figurant sous la rubrique Test préliminaire de la figure 1-1 sont ceux que l'on a administrés au début de l'année scolaire aux élèves de 8e. En Ontario, les élèves de 12e et de 13e année n'ont pas subi de test préliminaire. La plupart des enseignants ont rempli les formulaires figurant sous la rubrique Processus pédagogique tout de suite après avoir enseigné la matière sur laquelle ils portaient. La figure 1-2 illustre ces questionnaires sur le processus pédagogique (classroom process questionnaires) à l'aide d'un extrait de celui qui portait sur les fractions. Quelques enseignants n'auront probablement pas entendu parler de toutes les façons possibles d'enseigner l'emploi des fractions, certaines méthodes étant plus répandues que les autres. Chacun de ces formulaires demandait des renseignements sur l'emploi des moyens d'enseignement, le temps consacré à chaque sujet, les méthodes pédagogiques et les interprétations de notions importantes ainsi que des opinions sur l'enseignement du sujet.

Chaque élève, ne pouvant répondre à toutes les questions permettant d'évaluer le rendement (dont il sera question plus loin) en raison de leur trop grand nombre, répondait à celles de deux des formulaires entre lesquels ces questions étaient réparties. Toutes les questions figuraient toutefois dans les livrets intitulés "Enseignement et apprentissage", qui demandaient à l'enseignant s'il était probable que les élèves répondent correctement aux questions et s'il avait enseigné la matière (voir la section 2.5). D'autres questionnaires portaient sur les écoles ainsi que sur la vie et les attitudes des élèves et des enseignants. Le personnel des centres nationaux et des éducateurs d'expérience spécialisés en mathématiques ont en outre effectué une analyse poussée du programme scolaire. La série de questions visant l'évaluation du rendement et les questionnaires innovateurs constituent certains des nombreux avantages résiduels dont bénéficient encore les pays qui ont participé à cette enquête.

### 1.1.1 Le programme scolaire et les enseignants

Si les questions des tests devaient refléter la matière enseignée, il fallait d'abord faire une enquête sur les programmes scolaires. Comme la plupart des pays ont établi un programme pour l'ensemble de leur population, l'étude de documents sur ces programmes était en elle-même intéressante. Tous les intervenants ont cependant reconnu que ce qui était réellement enseigné ne correspondait pas toujours à ce que l'on avait l'intention d'enseigner. En outre, les élèves semblaient posséder des notions de mathématiques dont il n'avait, selon toute apparence, jamais été question en classe et, plus souvent encore, ne pas connaître des sujets dont les enseignants étaient sûrs d'avoir traité. C'est ainsi qu'est né le concept global décrit à la figure 1-3, selon lequel il existe partout trois programmes scolaires, soit le programme officiel, ou prévu, le programme réellement suivi, ou mis en oeuvre, et enfin, ce que les élèves ont appris, le programme obtenu. Le chapitre 2 porte sur l'étude des programmes scolaires et l'enquête sur les enseignants.

Les enseignants ontariens de la 8e année étaient semblables à presque tous les égards à ceux des autres pays. Partout, les enseignants avaient de l'expérience (de 12 à 16 ans, sauf en Thaïlande) et ils étaient âgés de 36 ans en moyenne (40 ans au Japon); le corps enseignant comprenaient plus d'hommes que de femmes (sauf en Thaïlande). La différence la plus frappante tenait au degré de spécialisation en mathématiques. Dans chacun des autres pays, plus de 80 p. 100 des professeurs de mathématiques étaient des spécialistes de l'enseignement de cette matière, alors qu'en Ontario ce chiffre n'était que de 38 p. 100, les enseignants détenant soit un certificat de type A ou B en enseignement des mathématiques, soit un certificat intermédiaire avec option en

**Figure I-1 : Questionnaires et tests destinés aux écoles, aux enseignants et aux élèves et administrés aux populations A et B lors de la seconde enquête internationale sur l'enseignement des mathématiques**

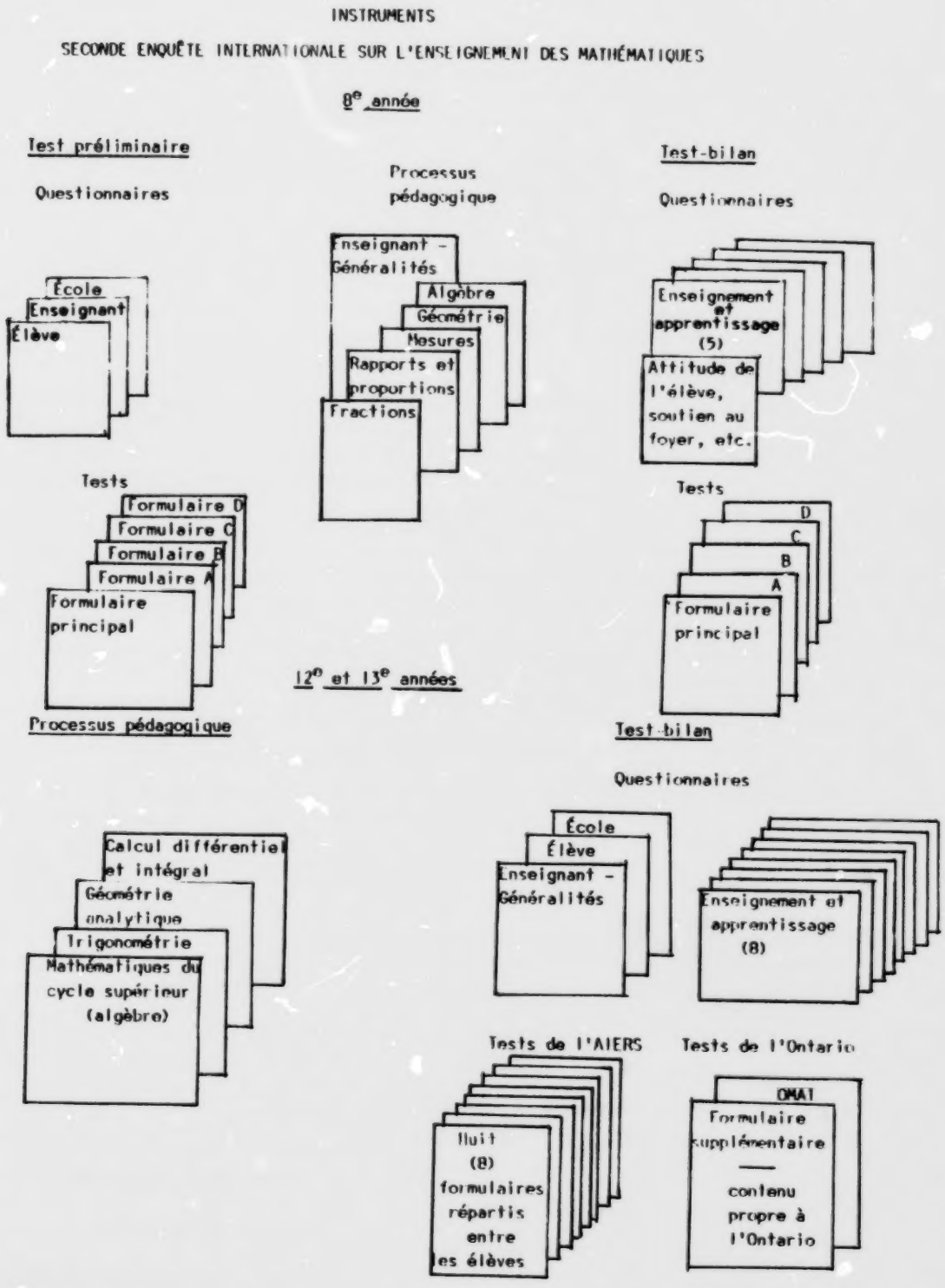


**Figure 1-2 : Exemples tirés du questionnaire sur le processus pédagogique destiné aux enseignants de la population A et portant sur les fractions**

## Méthodes d'enseignement - Fractions courantes

### Les interprétations de fractions ci-dessous peuvent faire partie de votre programme d'enseignement.

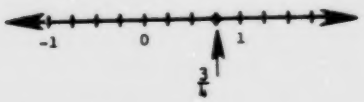
Fraction en tant que partie d'une région :

$\frac{3}{4}$ signifie

Fraction en tant que partie d'un groupe :

$\frac{3}{4}$ signifie

Fraction en tant que coordonnées d'un point sur un axe numérique :



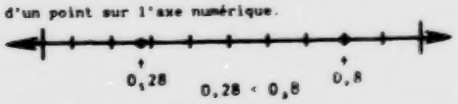

Fraction en tant que quotient :

$\frac{3}{4}$ signifie "3 divisé par 4"

Fraction en tant que nombre décimal :

$\frac{3}{4} = 0,75$

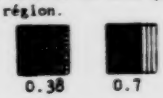
Nombre décimal en tant que coordonnée d'un point sur l'axe numérique.



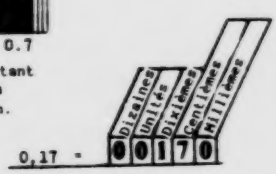

Nombre décimal en tant qu'autre façon d'écrire une fraction.

$0,17 = \frac{17}{100}$ $0,8 = \frac{8}{10}$

Nombre décimal en tant que partie d'une région.



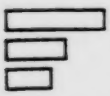

Nombre décimal en tant qu'extension de la valeur de position.




Nombre décimal en tant que série.

$0,245 = \frac{2}{10} + \frac{4}{100} + \frac{5}{1000}$

Nombre décimal en tant que mode de comparaison.




Fraction en tant qu'addition répétée d'une fraction unitaire :

$\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

Fraction en tant que rapport :

$\frac{3}{4}$ signifie

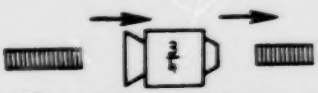
Fraction en tant que mesure :

Ce contenant contient

$\frac{3}{4}$ L

Ce bâton mesure $\frac{3}{4}$ cm

Fraction en tant qu'opérateur :




Fraction en tant qu'outil de comparaison :

Bâtonnet représentant une unité

Bâtonnet de $\frac{1}{3}$ d'unité

Bâtonnet de $\frac{2}{3}$ d'unité

Deux bâtonnets de $\frac{1}{3}$ d'unité = 1 bâtonnet de $\frac{2}{3}$ d'unité

Établir le lien entre des opérations avec des nombres décimaux et des opérations avec des fractions.

Ex: $0,7 \times 0,6 = \square$

Mais $0,7 = \frac{7}{10}$ and $0,6 = \frac{6}{10}$

Alors $0,7 \times 0,6 = \frac{7}{10} \times \frac{6}{10}$

$= \frac{42}{100}$ Donc $0,7 \times 0,6 = 0,42$

Établir le lien entre des opérations avec des nombres décimaux et des opérations avec des nombres entiers pour expliquer où placer la virgule décimale.

Ex: $1,38 \times 5,2 = \square$

Comme $\begin{array}{r} 1,38 \\ \times\ 5,2 \\ \hline 276 \\ 690 \\ \hline 7176 \end{array}$

$1,38 \times 5,2 = 7,176$

2 chiffres après la virgule — 1 chiffre après la virgule — 3 chiffres après la virgule

Utiliser des objets pour illustrer des opérations avec des nombres décimaux.

Ex: $3,47 + 2,13 = \square$

À l'aide de bâtonnets ou d'allumettes, j'ai démontré que

3,47 =

et

2,13 =

font

5,60 =

enseignement des mathématiques.* Les enseignants des autres pays affirmaient consacrer la majeure partie de leur temps à l'enseignement des mathématiques, alors que les enseignants ontariens de la 8e année s'occupaient de plusieurs cours. Les études en mathématiques ayant précédé le début de la carrière en enseignement, moins poussées en Ontario qu'ailleurs, témoignaient également de cette différence.

Les enseignants de la plupart des pays considéraient que les mathématiques étaient faciles à enseigner. La Thaïlande et le Japon, où de 30 à 40 p. 100 des enseignants affirmaient trouver difficile l'enseignement des mathématiques, faisaient exception à cette règle. Plus de 80 p. 100 des enseignants du Canada, de la Nouvelle-Zélande et des États-Unis et seulement 8 p. 100 des enseignants japonais trouvaient les mathématiques faciles à enseigner. (Les questionnaires remplis par les élèves japonais traduisent le même état d'esprit, ceux-ci prenant moins de plaisir et éprouvant plus de difficulté que les élèves des autres pays.)

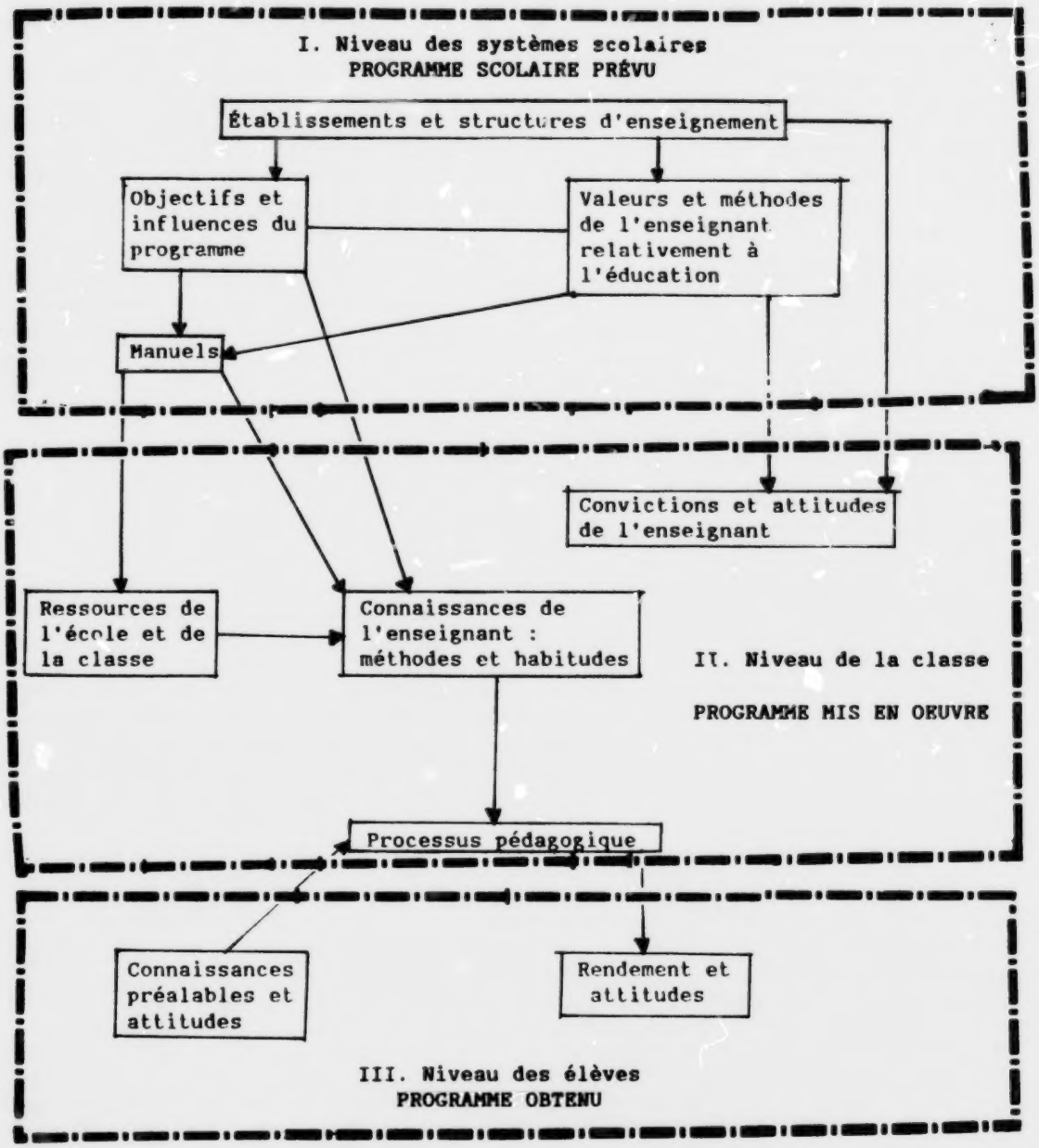
Lorsqu'on leur a demandé quels facteurs étaient principalement responsables du manque de progrès satisfaisant dans l'apprentissage des mathématiques, les enseignants avaient plutôt tendance à critiquer les élèves, citant la plupart du temps comme causes le manque d'aptitude et de motivation de ceux-ci. Les causes possibles rarement choisies dans le questionnaire comprenaient la mauvaise conduite, la peur des mathématiques (cause choisie par certains enseignants en France), l'absentéisme (mentionné par les représentants de la Colombie Britannique) et le manque de ressources (cause choisie plus souvent par les enseignants thaïlandais). Seuls les enseignants japonais ont indiqué que la mauvaise qualité de l'enseignement pouvait être à l'origine de l'incapacité des élèves de faire des progrès satisfaisants.

Les enseignants de tous les pays ont leur conception personnelle des mathématiques, de ce sur quoi il faut insister, soit des objectifs généraux. Ainsi, des objectifs comme Comprendre la nature de la preuve et Apprendre à effectuer des calculs avec rapidité et exactitude permettent de déceler les différences de perception. Lorsque l'enseignant insiste sur le premier de ces deux points, il choisit une méthode plutôt rigide, qui n'est pas recommandée aux enseignants de la 8e année en Ontario. La deuxième façon de voir constitue un objectif recherché, jusqu'à un certain point, partout. Il est donc instructif de savoir quelle importance l'enseignant lui accorde par rapport aux autres objectifs.

L'un des questionnaires présentait neuf objectifs et demandait aux enseignants d'attribuer à chacun d'eux une cote de un, deux ou trois points selon l'importance qu'ils lui accordaient. Le choix des neuf objectifs était donc particulièrement important, car les enseignants pouvaient considérer un objectif ne figurant pas à la liste comme plus important que tous ceux qu'elles comportaient. En outre, l'importance relative qu'ils accorderaient à chacun de ces objectifs serait influencée par la série d'objectifs avec lesquels ils devaient les comparer. Les enseignants ne conçoivent pas tous les mathématiques de la même façon et, de fait, aucun des objectifs n'étaient uniformément privilégié dans tous les pays. On a calculé le pourcentage d'enseignants de chaque pays qui considéraient qu'un objectif méritait plus d'attention que les autres.

* (Type A or Type B Mathematics Certificate ou Intermediate Certificate with a mathematics option)

**Figure 1-3 : Modèle des trois programmes scolaires selon la seconde enquête internationale sur l'enseignement des mathématiques**



Voici ces neufs objectifs (avec le pourcentage d'enseignants de l'Ontario ayant privilégié chacun d'eux entre parenthèses) :

1. Comprendre l'organisation logique des mathématiques. (39 %)
2. Comprendre la nature de la preuve. (11 %)
3. Commencer à s'intéresser aux mathématiques. (39 %)
4. Connaître des faits, principes et algorithmes mathématiques. (30 %)
5. Acquérir un esprit curieux. (43 %)
6. Prendre conscience de l'importance des mathématiques dans la vie quotidienne. (58 %)
7. Effectuer des calculs avec rapidité et exactitude. (35 %)
8. Prendre conscience de l'importance des mathématiques pour les sciences pures et appliquées. (19 %)
9. Acquérir une méthode systématique de résolution des problèmes. (63 %)

Tous les pays sauf la France et la Nouvelle-Zélande ont donné une cote faible à l'objectif 2, ce qui laisse supposer que les enseignants de ces deux pays ont une conception plus rigide de l'enseignement des mathématiques à ce niveau que les autres. L'objectif 8 a reçu une cote faible dans tous les pays, ce qui signifie, suppose-t-on, que cette appréciation, quelle qu'en soit l'importance, devra venir plus tard. L'objectif 6 n'a été le favori d'une majorité des enseignants qu'en Ontario et aux États-Unis. Plus d'enseignants en Colombie Britannique que dans n'importe quel autre pays ont donné une cote élevée à l'objectif 9 et les enseignants français prônaient beaucoup plus l'esprit curieux (objectif 5).

On ne saurait chercher à tirer beaucoup de conclusions de ces réactions à des énoncés abstraits d'objectifs s'ils s'agissait des seuls renseignements disponibles. Dans le contexte de la SEIM, ces réactions cadrent toutefois avec d'autres données témoignant des diverses façons dont les enseignants des divers pays conçoivent le contenu du programme de mathématiques. Les enseignants sont d'accord sur le choix de bien des sujets, mais leur façon de les traiter et l'importance qu'ils accordent à chacun d'eux semblent varier considérablement d'un pays à l'autre et à l'intérieur de chaque pays.

Pour étudier ces perceptions d'un autre point de vue, on a présenté aux enseignants quinze énoncés sur la nature des mathématiques et on leur a demandé d'accorder une cote de un à cinq à chacun d'eux, le chiffre 1 signifiant l'accord complet et le chiffre 5, le désaccord absolu. Dans le test préliminaire, ces quinze énoncés figuraient sous la forme d'une échelle intitulée "Les mathématiques en tant que processus" (Mathematics as a Process). Lorsque le total est élevé, l'enseignant conçoit les mathématiques comme un domaine en évolution et en expansion, progressant dans de nouvelles directions; lorsqu'il est faible, l'enseignant les considère comme un domaine statique, complètement déterminé et inchangeable. Ces énoncés sont présentés au tableau 1-1.

Les totaux pour tous les pays étaient assez semblables pour l'ensemble des énoncés. Certains de ceux-ci ont cependant donné lieu à des différences entre les réponses, qui cadrent avec le reste des résultats. Ainsi, peu d'enseignants ont indiqué qu'ils n'étaient pas d'accord avec l'énoncé n° 5, Les mathématiques nous aident à réfléchir en fonction de règles strictes. Également, la très grande majorité des enseignants s'est déclarée d'accord avec les énoncés n$^{os}$ 6, 7 et 15 (et en désaccord avec l'énoncé n° 8). Dans l'ensemble, les enseignants penchent prudemment pour la conception des mathématiques comme un processus plutôt qu'une science statique. Une proportion plus importante des

**Tableau 1-1 : Énoncés de l'échelle intitulée**
**Les mathématiques en tant que processus**

1. Les mathématiques évolueront rapidement dans un avenir prochain. (63 %)
2. Les mathématiques constituent un bon domaine d'activité pour les personnes créatives. (50 %)
3. La résolution des problèmes mathématiques laisse peu de place à l'originalité.* (28 %)
4. On fait constamment de nouvelles découvertes dans le monde des mathématiques. (52 %)
5. Les mathématiques nous aident à réfléchir en fonction de règles strictes.* (76 %)
6. La capacité de faire des estimations est une aptitude mathématique importante. (86 %)
7. Il existe en général de nombreuses façons de résoudre les problèmes mathématiques. (78 %)
8. L'apprentissage des mathématiques suppose surtout de la mémorisation*. (15 %)
9. On peut résoudre des problèmes mathématiques sans avoir recours aux règles établies. (44 %)
10. Le tâtonnement permet souvent de résoudre les problèmes mathématiques. (75 %)
11. Il y a toujours une règle à suivre pour résoudre les problèmes mathématiques.* (55 %)
12. Il y a longtemps que l'on n'a pas fait de découvertes dans le domaine des mathématiques.* (32 %)
13. Les mathématiques constituent une série de règles.* (45 %)
14. Il existe plusieurs façons de résoudre les problèmes mathématiques. (65 %)
15. Les mathématiques nous aident à réfléchir rationnellement. (94 %)

* = Énoncé coté en ordre inverse par rapport aux autres lors de l'évaluation de l'ensemble de l'échelle.

Les chiffres entre parenthèses indiquent le pourcentage d'enseignants ontariens d'accord avec chaque énoncé.

enseignants ontariens et thaïlandais que de ceux des autres pays se sont déclarés d'accord avec l'énoncé selon lequel les mathématiques évalueront rapidement dans un avenir prochain. En Belgique, les enseignants de langue flamande avaient des vues opposées à celles de presque tout le monde, surtout des Japonais, relativement à l'utilité du tâtonnement dans la résolution de problèmes mathématiques. Les professeurs belges, du moins ceux des écoles de langue flamande, affirmaient que ce processus était futile alors que les professeurs japonais considéraient qu'il pouvait au contraire être très utile.

En ce qui concerne la manière dont les enseignants répartissent leur temps entre leurs tâches, la diversité disparaît. Comme l'indique le tableau 1-2, les enseignants de tous les pays consacrent à peu près autant de temps les uns que les autres à la préparation des leçons, à la correction des travaux et autres tâches du même type ainsi qu'aux explications sur les nouvelles notions, aux

révisions et aux examens. Ils déclarent passer beaucoup de temps à ces trois dernières tâches, mais très peu à la discipline et à la gestion. Dans une autre partie du questionnaire, ils notent également qu'ils passent la majorité de leur temps à donner des cours à l'ensemble d'une classe plutôt qu'à s'occuper de petits groupes ou d'élèves particuliers.

### 1.1.2. Écoles et élèves

La première enquête sur l'enseignement des mathématiques comprenait un plan complexe pour le choix des écoles, des enseignants et des élèves qui participeraient à l'étude, avec plusieurs populations et sous-populations. Ce plan a rarement été mis à exécution et s'est attiré de nombreuses critiques que les organisateurs de la seconde enquête étaient déterminés à éviter. Celle-ci ne porte que sur deux populations : a) les élèves du niveau scolaire dans lequel l'âge normal est de 13 ans et b) les élèves se spécialisant en mathématiques, soit ceux de la dernière année du palier secondaire pour lesquels les mathématiques du niveau avancé constituent une partie importante (cinq heures par semaine) d'un programme menant à des études postsecondaires. On a encouragé les pays participants à choisir deux classes par école, chaque fois que c'était possible. Les organisateurs ont également établi des règles d'échantillonnage très strictes et un arbitre exerçant son autorité dans tous les pays participants en a surveillé la mise en application. En dépit de ces efforts, il existait entre les échantillons obtenus des différences dont il est important de tenir compte lorsqu'on essaie de comparer les résultats de plusieurs pays.

**Tableau 1-2 : Répartition du temps entre les diverses tâches selon les rapports des enseignants**

| | BFL | CCB | CON | FRA | JAP | NZE | THA | USA |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Préparation (min/sem.) | 80 | 80 | 60 | 90 | 90 | 40 | 60 | 60 |
| Correction de travaux (min/sem.) | 90 | 60 | 60 | 100 | 60 | 30 | 180 | 80 |
| Explications (%) | 50 | 26 | 30 | 27 | 33 | 19 | 45 | 36 |
| Révisions (%) | 25 | 17 | 25 | 23 | 22 | 12 | 20 | 20 |
| Gestion (%) | 15 | 6 | 10 | 4 | 6 | 5 | 10 | 10 |
| Discipline (%) | 2 | 4 | 5 | 2 | 6 | 5 | 8 | 4 |
| Examens (%) | 11 | 17 | 15 | 22 | 11 | 6 | 15 | 18 |

BFL : Belgique, écoles de langue flamande; CCB : Canada, Colombie-Britannique; CON : Canada, Ontario; FRA : France; NZE : Nouvelle-Zélande; THA : Thaïlande; USA : États-Unis.

Les écoles différaient à pratiquement tous les égards d'un pays à l'autre, comme le montre le tableau 1-3 qui donne quatre moyennes par école pour chacun des huit pays ayant participé à l'étude longitudinale, soit l'effectif, le rapport élèves-maître, la durée des cours de mathématiques et le nombre d'heures consacrées chaque année aux mathématiques. L'Ontario se distingue par la relative brièveté des cours, qui sont de 40 minutes dans cette province alors qu'ils durent de 50 minutes à une heure ailleurs, et par la taille réduite de ses écoles. L'Ontario a en effet l'un des plus petits effectifs scolaires moyens de tous les pays étudiés, soit à peu près le même que les écoles belges de langue flamande; le rapport élèves-maître est toutefois beaucoup plus élevé en Ontario. Cette province réserve chaque année autant ou plus d'heures aux mathématiques que cinq des sept autres pays. C'est au Japon que l'on consacre le moins de temps aux mathématiques, ce qui est étonnant compte tenu du bon rendement des élèves de ce pays. (Il sera question du rendement à la section 4.1.)

**Tableau 1-3 : Caractéristiques des écoles ayant participé à l'étude longitudinale sur la population A**

| | BFL | CCB | CON | FRA | JAP | NZE | THA | USA |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif moyen par école | 366 | 575 | 375 | 610 | 714 | 848 | 1293 | 548 |
| Rapport élèves-maître | 9,4 | 17 | 19,8 | 16,9 | 22 | 18,8 | 28,7 | 15,2 |
| Durée des cours | 50 | 60 | 40 | 55 | 48 | 60 | 50 | 48 |
| Nombre d'heures de mathématiques par année | 140 | 120 | 132 | 130 | 101 | 130 | 120 | 144 |

Rappelons que l'Ontario avait tiré sa population A des classes de 8e année, soit celle où sont arrivés la plupart des enfants de 13 ans. La 8e présente également un intérêt particulier pour l'évaluation-bilan, du fait qu'elle constitue normalement la dernière année du palier élémentaire. La Colombie-Britannique et les États-Unis ont également choisi des élèves de 8e année, mais le Japon a formé son échantillon à partir de la 1re année du 1er cycle secondaire, qui équivaut à la 7e année en Ontario. D'autres pays ont modifié la définition établie pour la population A, si bien que l'âge moyen des élèves participant à l'enquête allait de 13,2 ans à 14,8[3]. En mai 1982, les élèves ontariens avait en moyenne 13,9 ans et ceux de la Colombie-Britannique, 14,0 ans.

La SEIM devait porter sur un échantillon d'élèves constitué au hasard et représentatif de la population, mais cela n'a pas toujours été le cas. En Colombie-Britannique, les organisateurs ont sélectionné les écoles au hasard avec grand soin, pour ensuite ne choisir qu'une classe par établissement. Si une école comportait plus d'une classe de 8e année, le directeur était autorisé à choisir celle qui participerait à l'enquête (Robitaille, O'Shea et Dirks, 1982). L'équipe chargée de la SEIM à l'Institut d'études pédagogiques de l'Ontario a choisi deux classes au hasard à partir d'une liste fournie par le

directeur d'école chaque fois que cette situation se présentait. Comme on le verra plus loin, l'échantillon obtenu en Colombie-Britannique est exceptionnel à plusieurs égards. Par ailleurs, certaines écoles de l'Angleterre et du pays de Galles, ainsi que des États-Unis, ont refusé de participer, doutant que leur échantillon soit représentatif, et il est possible que des problèmes du même ordre n'aient pas été décelés dans d'autres pays. Grâce à l'encouragement que le ministère de l'Éducation a fourni en adressant aux directeurs des conseils scolaires une lettre faisant de la SEIM une enquête officielle, l'Ontario s'est distingué par un excellent esprit de collaboration. Le tableau 1-4 donne certaines des caractéristiques des échantillons de la population A pour les huit pays qui ont mesuré le rendement au début et à la fin de l'année scolaire.

On a demandé aux élèves de nommer et de décrire la profession de leur père et de leur mère et d'indiquer le degré de scolarisation de ceux-ci, afin de définir un indice de la classe socio-économique, de tels indices s'étant toujours révélés intimement liés aux caractéristiques des élèves (rendement compris). Le pourcentage de pères appartenant à la catégorie des travailleurs spécialisés ou non qualifiés était exceptionnellement élevé dans le cas de la population A ontarienne par rapport à celles des autres pays et la population A

**Tableau 1-4 : Caractéristiques des échantillons de la population A dans les huit pays ayant participé à l'étude longitudinale sur le processus pédagogique**

| Pays | Nombre de strates | Nombre d'écoles | Nombre de classes | Nombre d'élèves |
|---|---|---|---|---|
| Belgique (écoles de langue flamande | 16 | 168 | 175 | 4519 |
| Colombie Britannique | 6 | 90 | 93 | 2567 |
| Ontario | 24 | 130 | 197 | 6284 |
| France | 8 | 184 | 365 | 8778 |
| Japon | 19 | 210 | 211 | 7785 |
| Nouvelle-Zélande | 6 | 100 | 196 | 5978 |
| Thaïlande | 13 | 99 | 99 | 4030 |
| États-Unis | 7 | 161 | 302 | 8372 |

de la Colombie-Britannique avait le plus grand nombre de pères appartenant à la catégorie des travailleurs intellectuels ou cadres, alors que l'Ontario se situait à la médiane à cet égard.[4] La formation des pères et des mères correspondait à leur profession.

La définition de la population B comme regroupant des élèves se spécialisant en mathématiques à la dernière année du palier secondaire a produit des échantillons aussi variés que celle de la population A. Nous ne donnerons à cet égard que quelques exemples. Il existe presque partout au monde, en Europe, en Afrique et en Extrême-Orient par exemple, une élite qui se destine à des études universitaires et qui cadre bien avec cette définition. Aux États Unis et en Colombie-Britannique, l'école ne s'étend toutefois que sur 12 années et la plupart des élèves n'étudient pas le calcul différentiel et intégral. Au moment de l'enquête, l'Ontario et l'Écosse avaient à la fois un système scolaire de 12 ans et un autre de 13 ans et ont constitué leur échantillon à partir des deux groupes de finissants. Pour les besoins des analyses internationales, l'Ontario n'a cependant livré que les résultats du sous-échantillon des élèves se spécialisant en mathématiques, alors que l'Écosse a présenté ceux de tous les élèves choisis. En Colombie-Britannique, le pourcentage de pères d'élèves de la population B appartenant à la catégorie des travailleurs intellectuels ou cadres était supérieur à la médiane, alors qu'en Ontario et en Écosse, il se situait au-dessous.

On s'est souvent servi du taux de persévérance, soit du pourcentage de personnes admissibles fréquentant encore l'école lors de la constitution de l'échantillon, pour évaluer la comparabilité des échantillons de la population B.[5] Comme ces taux ont permis d'expliquer les résultats relatifs à la population B lors de la première enquête et qu'ils sont intéressants en eux-mêmes, nous donnons au tableau 1-5 les taux de persévérance estimés pour la seconde enquête.[6]

La colonne 2 du tableau 1-5 indique que l'Ontario se situe au quatrième rang en ce qui concerne le taux de persévérance en mathématiques. Par conséquent, un pourcentage important (par rapport aux autres pays) des élèves de sa population B se spécialisent en mathématiques, et ce, même si son pourcentage de membres du groupe d'âge concerné fréquentant encore l'école est plus bas que celui de la plupart des autres pays. Le pourcentage élevé de jeunes du groupe d'âge en question fréquentant encore l'école en Colombie-Britannique et aux États-Unis (colonne 4 du tableau 1-5) signifie qu'une proportion importante des élèves terminent la 12$^{e}$ année, mais ce pourcentage est encore plus élevé dans le cas du Japon. Il sera question de ces données à la section 4.2.1.

Les résultats de la seconde enquête, contrairement à ceux de la première, indiquent que le taux de persévérance joue pour très peu dans le rendement par rapport à d'autres variables (Miller et Linn, 1985), et ce, que l'on s'intéresse aux meilleurs élèves (les groupes de 1 p. 100 et de 5 p. 100 des élèves se trouvant à la tête de la population selon les sous-tests d'évaluation du rendement de la SEIM) ou à l'ensemble de la population B (voir la section 4.2.3). On en conclut que le programme scolaire (particulièrement en ce qui concerne les occasions d'apprentissage) constitue le facteur le plus important, mais qu'aucun facteur n'explique à lui seul les variations du rendement.

### 1.2 Éléments renforçant l'enseignement en classe

Les élèves qui passent plus de temps à faire des devoirs obtiennent de meilleurs résultats aux examens et réussissent généralement mieux à l'école que les autres. La première enquête sur l'enseignement des mathématiques était arrivée à cette conclusion, qui a d'ailleurs été confirmée par bon nombre d'études

subséquentes (Raphael, Wahlstrom et Wolfe, 1985). Cet état de choses peut résulter du fait que les meilleurs élèves travaillent tout simplement plus à la maison que les autres ou que les enseignants donnent plus de devoirs aux très bons élèves. Quoi qu'il en soit, l'association d'une quantité accrue de devoirs et de bons résultats est marquée et très répandue. Aux États-Unis, un chercheur a rassemblé les résultats de nombreuses études et a conclu que les devoirs peuvent aider les élèves moins doués à fournir un rendement égal à celui de leurs camarades plus talentueux. Or, les enseignants ont tendance à demander moins d'efforts de la part des élèves moins doués, élargissant ainsi l'écart au lieu de le rétrécir.[7]

**Tableau 1-5 : Pourcentage d'élèves de la population B appartenant au groupe d'âge ou au groupe scolaire concernés en 1981**

| Pays | Groupe d'âge (en années) | Taux de persévérance en mathématiques | Taux de participation aux mathématiques | Taux de persévérance général |
|---|---|---|---|---|
| Belgique (écoles de langue flamande) | 17 | 9-10 | 25-30 | 65 |
| Colombie-Britannique | 17 | 30 | 38 | 82 |
| Angleterre et pays de Galles | 17 | 6 | 35 | 17 |
| Finlande | 18 | 15 | 38 | 59 |
| Hongrie | 17 | 50 | 100 | 50 |
| Israël | 17 | 6 | 10 | 60 |
| Japon | 17 | 12 | 13 | 92 |
| Nouvelle-Zélande | 17 | 11 | 67 | 17 |
| Ontario | 18 | 19 | 55 | 33 |
| Écosse | 16 | 18 | 42 | 43 |
| Suède | 18 | 12 | 50 | 24 |
| États-Unis | 17 | 13 | 12-15 | 82 |

Données tirées du rapport de Miller et Linn (1985). Les chiffres de la deuxième colonne ne résultent pas toujours de la multiplication de ceux des troisième et quatrième colonnes, les élèves représentés par cette dernière n'appartenant pas tous aux niveaux scolaires à partir desquels on a constitué l'échantillon de la population B.

Dans le cadre de la seconde enquête sur l'enseignement des mathématiques, on a demandé aux élèves combien de temps ils consacraient à leurs devoirs de mathématiques et à l'ensemble de leurs devoirs. Ce sont les élèves de la Thaïlande, de la Belgique, de la France et de la Hongrie qui passent le plus de temps à faire leurs devoirs de mathématiques et ceux de la Suède, de l'Angleterre et de l'Écosse qui y consacrent le moins de temps. Comme à bien d'autres égards, l'Ontario se situe à la médiane (comme les États-Unis), les élèves ontariens mettant 2,6 heures par semaine à faire leurs devoirs de mathématiques, soit la moitié du temps qu'il leur faut pour faire tous leurs devoirs. Ce total concorde avec celui qu'a produit une importante enquête sur les sciences effectuée l'année suivante (McLean, 1986). La Colombie-Britannique se situait juste sous la médiane. Le nombre total d'heures consacrées par les jeunes Américains à leurs devoirs (5,2 heures par semaine) était plus élevé d'après les réponses fournies aux questions de la SEIM que le chiffre découvert lors de l'importante étude mentionnée ci-dessus (voir la note 7). Cette dernière révélait en effet que les élèves consacraient quatre heures par semaine à leurs devoirs, soit un peu plus de temps qu'il n'en passaient à regarder la télévision chaque soir. Par ailleurs, les devoirs de mathématiques exigent partout une proportion importante du temps consacré à l'ensemble des devoirs. Ils comptent en effet dans les trois quarts des pays pour 35 à 50 p. 100 du temps pris par les devoirs, les élèves du Nigeria (NIG) et du Swaziland se détachant nettement du peloton avec 79 et 80 p. 100 respectivement.

L'utilisation des calculatrices était répandue, mais loin d'être universelle. Lors de la SEIM, au moins 25 p. 100 de la population A dans 80 p. 100 des pays utilisaient des calculatrices à quatre opérations, à la maison ou à l'école. Environ 30 p. 100 des élèves ont dit les utiliser à des fins de divertissement. On a trouvé les pourcentages d'utilisation les plus élevés (67 et 68 p. 100) en France et en Ontario et les plus faibles (3 p. 100) au Nigeria et en Colombie-Britannique. La plupart des élèves de la population B utilisaient des calculatrices scientifiques (plus de 90 p. 100 des élèves en Angleterre et en Suède), sauf en Hongrie (18 p. 100) et au Japon (27 p. 100). Ce dernier résultat est étonnant, du fait que le Japon fabrique ou vend la plupart des calculatrices scientifiques du monde et que les élèves japonais qui ont un excellent rendement avaient indiqué dans leurs questionnaires que l'utilisation de calculatrices et d'ordinateurs était essentielle à l'apprentissage des mathématiques. L'utilisation des ordinateurs n'était très répandue ni en 8$^{e}$ ni en 12$^{e}$ ou en 13$^{e}$ année; la Nouvelle-Zélande, la Suède et les États-Unis comptaient les pourcentages les plus élevés, un maximum de 20 p. 100 des élèves de la population B y utilisant des ordinateurs.

Contrairement aux langues, les mathématiques ne s'apprennent pas à la maison, en regardant la télévision, au cinéma ou dans la rue.[8] Lors d'une enquête menée en 1981 (McLean, 1982b, p. 9), seuls 4 p. 100 des élèves de 8$^{e}$ année ont affirmé recevoir régulièrement de l'aide de membres de leur famille relativement à leurs leçons de mathématiques et seuls 45 p. 100 ont dit en recevoir "de temps à autre", les filles recevant une aide occasionnelle un peu plus souvent que les garçons. Ce chiffre tombe à 2 p. 100 en ce qui concerne les élèves suivant des cours de niveau avancé en 10$^{e}$ année. La SEIM a obtenu à peu près les mêmes chiffres, avec la même variation entre les sexes. Les parents disent aux enfants que les mathématiques sont importantes et qu'il est essentiel de réussir dans ce domaine, mais ils ne les aident pas (ou ne peuvent pas les aider) régulièrement à assimiler leurs leçons de mathématiques.

Les leçons particulières données par une personne autre qu'un membre de la famille constituent un autre moyen de renforcer l'apprentissage en classe et de 10 à 20 p. 100 des élèves de la population A en reçoivent une ou deux heures par semaine, et ce, dans pratiquement tous les pays. Ce type de formation est toutefois rare en Suède, en Angleterre et au pays de Galles, alors qu'il est très répandu dans quatre pays. En effet, au Japon, au Nigeria, au Swaziland et en Thaïlande, plus de la moitié des élèves suivent ce type de cours en moyenne trois heures par semaine. Le juku, une classe privée, est depuis longtemps reconnu comme un élément de l'enseignement au Japon, mais l'importance de telles écoles dans les trois pays peu développés n'était pas jusqu'à maintenant aussi connue. Le Japon, la Finlande et la Hongrie offrent également beaucoup de classes de ce type au niveau de la population B.

Le mérite des juku japonais est fortement contesté et pratiquement tous les éducateurs considèrent qu'ils ne contribuent pas du tout ou que dans une très faible mesure à la formation des enfants (T. Sawada, communication personnelle). L'enseignement est confié à des parents ou à des enseignants retraités qui ne savent pour la plupart rien du programme scolaire. Quelques juku préparent les élèves aux examens d'État, apparemment avec un certain degré de réussite, mais la plupart leur font faire et refaire des calculs classiques et des exercices d'application de règles courantes que les élèves mettent déjà abondamment en pratique dans le cadre de leurs cours ordinaires.

## Chapitre 2

## Les programmes officiels : plus d'aspects communs que de différences

### 2.1. Documents exposant les programmes prévus et mis en oeuvre

Dans la majorité des pays, il est aisé de connaître le programme scolaire prévu, puisqu'il est prescrit par le ministère de l'Éducation. C'est précisément le cas en Ontario, où le ministère de l'Éducation émet des programmes-cadres que les écoles et les enseignants sont tenus de respecter. Ces programmes ne servent cependant que de guide, car ils proposent diverses options pour chaque niveau scolaire. Les écoles doivent préparer un programme d'études indiquant de façon détaillée leurs décisions concernant les options, tandis que les enseignants arrêtent leurs choix d'une année à l'autre et de classe en classe. On s'attendait donc à ce que les programmes soient très variés, mais le peu de différence entre les écoles et entre les classes ont étonné la plupart des observateurs.

Cette faible variété est ressortie de plusieurs documents. Dans un questionnaire général, les enseignants ont répondu à des questions précises sur leur expérience et sur la façon dont ils préparaient leurs cours. Ils devaient également indiquer combien d'heures par semaine ils consacraient à l'enseignement des fractions ordinaires, des fractions décimales, des rapports et des proportions, des pourcentages, des mesures, de la géométrie et de l'algèbre (formules et équations). Les enseignants ont fourni des rapports beaucoup plus détaillés en répondant aux questionnaires sur le processus pédagogique, dont l'un portait sur l'enseignement en général et chacun des autres sur l'un des sujets susmentionnés. On trouvera à la figure 2-1 la reproduction d'une page concernant la multiplication des nombres entiers.

### 2.2. Regroupement de questions et établissement de la concordance avec les programmes

Dès qu'une douzaine de pays ont consenti à participer à cette enquête, on a rassemblé des exemplaires des programmes scolaires prévus et élaboré des grilles internationales pour les populations A et B. Ces grilles représentaient en quelque sorte l'équivalent des tests, à l'échelle de l'étude, à savoir les grandes lignes du contenu des programmes scolaires. Les professeurs de mathématiques de tous les pays participants ont analysé chacune des deux grilles et évalué chaque sujet selon une échelle allant de "très important" à "pas important". Après regroupement des résultats de cette évaluation, chaque sujet a été classé comme étant "très important", "important", "important dans certains systèmes" ou "pas important".

Au moment même où l'on procédait à la collecte et à l'analyse de ces résultats, la rédaction et le regroupement des questions commençaient. Comme les manuels scolaires jouent un rôle prépondérant dans la détermination de la matière enseignée, une analyse des manuels utilisés couramment dans chaque pays a été incluse dans l'enquête et dans le processus de sélection des questions visant l'évaluation du rendement. Pour pouvoir faire des comparaisons avec la

**Figure 2-1 : Questions aux enseignants sur leur façon d'enseigner la multiplication des nombres entiers à leur classe cible**

CODES DE RÉPONSES

A) Privilégiée (utilisée comme méthode principale, mentionnée à de nombreuses reprises ou fréquemment).
B) Utilisée, mais non privilégiée.
C) Non utilisée.

70. Addition répétée

J'ai expliqué le concept de la multiplication par la méthode de l'addition répétée, par exemple :

$4 \times {}^{-}3 = {}^{-}3 + {}^{-}3 + {}^{-}3 + {}^{-}3 = {}^{-}12$

71. Extension des propriétés du système de nombres entiers

J'ai expliqué le concept de la multiplication en faisant appel à la commutativité, à l'associativité et à la distributivité pour justifier le produit, par exemple :

$$
\begin{aligned}
&{}^{-}4 \times {}^{-}3 = \\
&0 = 0 \times {}^{-}3 \\
&0 = ({}^{-}4 + {}^{+}4) \times {}^{-}3 \\
&0 = ({}^{-}4 \times {}^{-}3) + ({}^{+}4 \times {}^{-}3) \\
&0 = ({}^{-}4 \times {}^{-}3) \times {}^{-}12
\end{aligned}
$$

Par conséquent, $({}^{-}4 \times {}^{-}3)$ est l'opération additive inverse de $^{-}12$.

$\therefore {}^{-}4 \times {}^{-}3 = {}^{+}12$

72. Exemples concrets

J'ai expliqué le concept de la multiplication des nombres entiers en faisant appel à des exemples concrets pouvant illustrer le produit de nombres positifs et négatifs.

Ex. : Un réfrigérateur se refroidit à un rythme de 4°/min. Son thermomètre indique actuellement 0°. Quelle température aura-t-il atteint dans 4 minutes?

73. Modèles

J'ai expliqué le concept de la multiplication des nombres entiers en faisant appel aux modèles de produits.

Ex. : $^{+}4 \times {}^{-}3 = {}^{-}12$
$^{+}3 \times {}^{-}3 = {}^{-}9$
$^{+}2 \times {}^{-}3 = {}^{-}6$
$^{+}1 \times {}^{-}3 = {}^{-}3$
$0 \times {}^{-}3 = 0$
$^{-}1 \times {}^{-}3 = {}^{+}3$
$^{-}2 \times {}^{-}3 = {}^{+}6$

74. Règles.

Je n'ai pas expliqué le concept de la multiplication des nombres entiers à l'aide des méthodes susmentionnées. J'ai plutôt appris aux élèves des règles comme les suivantes :

Si les signes sont identiques, la réponse est positive.
Si les signes sont différents, la réponse est négative.
Si l'un des facteurs est égal à zéro, la réponse est zéro.

première enquête internationale, 35 des questions qui y figuraient ont été retenues pour les échantillons de la population A (8$^{e}$ année en Ontario) et 18 pour ceux de la population B (12$^{e}$ et 13$^{e}$ années) qui ont fait l'objet de la seconde enquête. Toutes les questions étaient à choix multiples, avec cinq réponses possibles, et ont été rédigées selon les besoins de façon à couvrir tous les sujets compris dans les grilles. Les questionnaires ont ensuite été distribués à tous les pays participants pour être finalement approuvés par le Comité international des mathématiques avant d'être inclus dans l'étude. Dans le cadre du processus de sélection, presque tous ont fait l'objet de trois essais dans huit des pays participants.

Les questions ont d'abord été rédigées en anglais, puis elles ont été traduites dans la langue des pays participants. Deux traductions indépendantes ont été recommandées et les problèmes de traduction ont été transmis au bureau central du groupe d'étude. On a omis certaines questions dont aucune version ne satisfaisait tous les pays. À la fin, l'ensemble initial de 480 questions relatives à la population A et de 400 pour la population B ne comprenait plus que 199 et 136 éléments respectivement.[10] Leur répartition entre les divers sujets mathématiques est indiquée aux tableaux 2-1 et 2-2.

**Tableau 2-1 : Structure de l'ensemble final des questions relatives à la population A faisant l'objet de la seconde enquête internationale sur l'enseignement des mathématiques**

POPULATION A

| Sujet | Version longitudinale | Version transversale | Questions communes aux deux versions |
|---|---|---|---|
| Arithmétique | 62 (34 %) | 46 (25 %) | 46 (29 %) |
| Algèbre | 32 (18 %) | 40 (23 %) | 29 (18 %) |
| Géométrie | 42 (23 %) | 48 (27 %) | 40 (25 %) |
| Mesures | 26 (14 %) | 24 (14 %) | 24 (15 %) |
| Statistiques descriptives | 18 (10 %) | 18 (10 %) | 18 (11 %) |
| TOTAL | 180* | 176 | 157 |

* L'ensemble final de questions comprenait 199 éléments. Les pays qui ne participaient qu'aux tests-bilans ont eu recours à un sous-ensemble transversal de 176 questions. C'est ce qu'a fait le Japon, mais les sept autres pays qui ont procédé tant aux tests préliminaires qu'aux tests-bilans ont utilisé un sous-ensemble longitudinal de 180 questions. Au total, 157 questions se retrouvaient tant dans le sous-ensemble transversal que dans le sous-ensemble longitudinal, et elles ont servi à certaines analyses, sur les occasions d'apprentissage (OA) par exemple.

**Tableau 2-2 : Structure de l'ensemble final des questions relatives à la population B faisant l'objet de la seconde enquête internationale sur l'enseignement des mathématiques**

POPULATION B

| | |
|---|---|
| Ensembles, relations, fonctions | 7 (5 %) |
| Systèmes de nombres | 17 (13 %) |
| Algèbre | 26 (19 %) |
| Géométrie | 26 (19 %) |
| Analyse | 46 (34 %) |
| Probabilités et statistiques | 7 (5 %) |
| Exclus des sous-tests* | 7 (5 %) |
| TOTAL | 136 |

*Trois questions sur les combinaisons, trois à couverture restreinte et une imparfaite.

Pour savoir dans quelle mesure l'ensemble de questions ayant servi à la SEIM correspondait au programme scolaire prévu d'un système d'éducation donné, on a calculé le pourcentage de questions relatives à chaque sujet que les enseignants avait désignées comme étant soit très appropriées, soit acceptables pour ce système. En d'autres termes, l'indice de couverture représente la proportion de la totalité des questions qui reposent sur des éléments mathématiques devant être étudiés, selon les indications d'éducateurs expérimentés en mathématiques.

## 2.3. Contenu du programme scolaire prévu pour la 8e année

La figure 2-2 présente un sommaire des indices de couverture du contenu du programme prévu pour la population A dans les systèmes d'éducation pour lesquels on a pu obtenir des cotes d'utilité des questions. Parmi les éléments de matière faisant l'objet des questions de la SEIM, l'Ontario prévoit enseigner un pourcentage plus élevé d'arithmétique, de géométrie et de notions relatives aux statistiques et aux mesures que d'algèbre. En consultant le tableau ci-dessous, on constatera que les systèmes d'éducation se ressemblent énormément sur le plan de l'arithmétique et des mesures, mais diffèrent sensiblement en ce qui concerne la géométrie et les statistiques. Comme le programme scolaire prévu à l'échelle internationale était considéré comme pouvant couvrir la plupart des programmes de mathématiques, la cote générale élevée que l'Ontario a donnée à la couverture prévue (sixième parmi tous les pays) prouve combien les questionnaires de la SEIM s'appliquaient bien aux écoles de l'Ontario et justifie la poursuite d'analyses continues.

Le fait d'avoir le pourcentage de couverture prévu le plus élevé en ce qui concerne l'arithmétique ne constitue pas nécessairement le résultat le plus souhaitable. Comme nous le verrons au chapitre 4, il pourrait s'avérer plus approprié de consacrer une partie de ce temps à l'enseignement de l'algèbre. Il n'en va cependant pas de même pour la géométrie. Même si les éléments de matière mentionnés dans la SEIM ont été cotés comme très appropriés, beaucoup d'enseignants n'ont pas eu le temps d'enseigner la géométrie ou lui ont accordé une importance secondaire. Les enseignants ont donné à peu d'éléments d'algèbre la cote "approprié" ou "acceptable", car ils considèrent que ce sujet convient mieux au palier secondaire. Un cas d'exception marqué est celui des nombres entiers, regroupés avec les éléments d'algèbre pour les besoins de la SEIM et enseignés dans la majorité des écoles au niveau de la 8e année.

## 2.4. Contenu du programme scolaire prévu pour les élèves de 13e année se spécialisant en mathématiques

Les données relatives à la province sont présentées dans le rapport national de l'Ontario (McLean, Raphael et Wahlstrom, 1986) pour la 12e année et pour les trois cours de 13e année. Toutefois, compte tenu de la définition restreinte des élèves se spécialisant en mathématiques (suivant deux ou trois des cours de 13e année), la couverture prévue pour la population B n'a été évaluée que par rapport aux cours de 13e année. La figure 2-3 présente un sommaire de la couverture du programme scolaire prévu.

**Figure 2-2 : Pourcentage, par sujet, des éléments de matière faisant l'objet des questions relatives à la population A de la SEIM que chaque pays prévoit couvrir.**

| Pourcentage d'éléments couverts | Arithmétique | Algèbre | Géométrie | Statistiques | Mesures |
|---|---|---|---|---|---|
| 100 | CON ECO USA | IRL NZE | | NZE ECO SUE USA | CON AGA HON ISR JAP NZE ECO THA USA |
| 90 | BFL BFR HKO ISR HON IRL LUX NZE JAP THA CCB AGA | FRA HON ECO BFL BFR JAP | JAP NZE ECO | CCB | FIN HKO IRL CCB SUE |
| 80 | FIN FRA SWA SUE PAB | CCB AGA PAB | AGA CON HON | AGA FIN HKO HON CON SWA | PAB SWA |
| 70 | | ISR THA SUE LUX FIN HKO SWA | FIN ISR THA PAB | JAP THA | LUX |
| 60 | | USA CON | SWA HKO | PAB IRL | FRA BFL BFR |
| 50 | | | SUE USA | | |
| 40 | | | CCB FRA | | |
| 30 | | | IRL | | |
| 20 | | | BFL BFR LUX | LUX FRA | |
| 10 | | | | BFL BFR | |
| 0 | | | | ISR | |
| Nbre d'éléments | 62 | 42 | 51 | 18 | 26 |
| Pourcentage moyen | 92 | 83 | 64 | 69 | 91 |

Figure 2-3 : Pourcentage, par sujet, des éléments de matière faisant l'objet des questions relatives à la population B de la SEIM que chaque pays prévoit couvrir.

| Pourcentage d'éléments couverts | Ensembles, relations et fonctions | Algèbre | Géométrie | Fonctions élémentaires, calcul intégral et différentiel | Probabilités et statistiques | Mathématiques finies |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 100 | BFL BFR CCB CON FIN FRA HKO ISR LUX NZE ECO | BFL BFR CON AGA HKO IRL NZE ECO THA | | NZE | CON AGA FIN FRA IRL JAP NZE | CON FIN FRA HKO IRL JAP LUX NZE ECO THA |
| 90 | | FRA HON JAP LUX SUE FIN ISR | HKO | FRA IRL LUX ECO BFL BFR FIN HON AGA HKO ISR JAP USA | | |
| 80 | IRL JAP THA USA | CCB USA | CON JAP IRL FRA LUX | CON SUE | HKO ISR LUX SUE THA USA | |
| 70 | AGA HON SUE | | FIN HON AGA NZE | | | BFL BFR AGA SUE |
| 60 | | | ISR ECO THA SUE BFL BFR USA | | | |
| 50 | | | CCB THA | THA | | USA |
| 40 | | | | | ECO | |
| 30 | | | | CCB | | |
| 20 | | | | | BFL BFR HON | CCB |
| 10 | | | | | CCB | |
| 0 | | | | | | HON ISR |
| Nbre d'éléments | 7 | 25 | 28 | 46 | 7 | 4 |
| Pourcentage moyen | 92 | 96 | 73 | 89 | 46 | 46 |

Dans tous les systèmes d'éducation, on avait prévu l'enseignement de 80 p. 100 ou plus des notions mathématiques nécessaires pour répondre aux questions d'algèbre, mais une proportion beaucoup plus grande de questions de géométrie n'avaient toutefois pas été considérées comme appropriées ou acceptables. L'Ontario et le Japon ont classé 80 p. 100 des questions de géométrie comme appropriées, tandis que la Colombie-Britannique et la Tha§lande n'évaluaient cette proportion qu'à 50 p. 100. Le domaine des fonctions élémentaires et du calcul infinitésimal ainsi que celui de la géométrie ont été moins bien couverts en Ontario que dans les autres pays, mais la couverture s'élevait malgré tout à 80 p. 100. La Colombie-Britannique et les États-Unis ont obtenu à de nombreuses reprises un faible pourcentage de couverture, car l'étude menée sur leur système s'arrêtait à la 12$^{e}$ année. Comme on pouvait s'y attendre, les plus grands écarts se sont manifestés dans la couverture des mathématiques finies, matière qui n'est pas encore considérée à sa juste valeur dans de nombreux pays, malgré ses diverses applications dans des domaines tels que l'informatique.

## 2.5 Contenu du programme scolaire mis en oeuvre

La variable appelée "occasions d'apprentissage" (OA) figurait au nombre des plus importants sujets d'étude de tous les récents projets de AIERS. Dans le cadre de la seconde enquête internationale sur l'enseignement des mathématiques, les enseignants devaient remplir le questionnaire intitulé "Enseignement et apprentissage", dans lequel on leur demandait les renseignements ci-dessous sur chacune des questions composant les tests administrés en classe aux élèves :

1. À votre avis, quelle proportion des élèves de la classe cible répondra correctement à cette question sans deviner?
   - Presque aucun élève
   - De 6 à 40 p. 100
   - De 41 à 60 p. 100
   - De 61 à 90 p. 100
   - Presque tous les élèves

2. Au cours de la présente année scolaire, avez-vous enseigné ou revu les notions mathématiques nécessaires pour répondre correctement à cette question?
   - Oui
   - Non

3. Si vous n'avez NI enseigné NI revu, au cours de la présente année, les notions mathématiques nécessaires pour répondre correctement à cette question, est-ce
   - parce qu'elles ont déjà été enseignées à un niveau scolaire précédent?
   - parce qu'elles seront enseignées ultérieurement (au cours de la présente année ou à un niveau scolaire subséquent)?
   - parce qu'elles ne sont pas inscrites au programme scolaire?
   - pour d'autres raisons?

On a également demandé aux élèves d'indiquer pour chaque question si on leur avait enseigné ces notions mathématiques a) au cours de la présente année, b) à un niveau scolaire précédent ou c) pas du tout. L'indice calculé à partir de ces réponses est appelé OA-élève pour le distinguer de celui qui a été tiré du questionnaire destiné aux enseignants, l'indice OA-enseignant. Les variables OA ont été incluses afin de mesurer l'étendue du programme scolaire mis en

oeuvre; toutefois, au moment de la rédaction du présent document, seules les données tirées des rapports des enseignants ont été analysées. L'Ontario a fait remplir le questionnaire intitulé "Enseignement et apprentissage" aux enseignants des deux niveaux scolaires, ce que seize systèmes ont fait pour la population A et douze, pour la population B.

Ce questionnaire permet d'obtenir des renseignements non seulement sur le programme scolaire de l'année cible, mais aussi sur les connaissances auxquelles, de l'avis des enseignants, les élèves font appel lors des examens. L'une des difficultés de cette mesure réside dans le fait que les enseignants ne sont parfois pas au courant de ce qui a été enseigné pendant les niveaux scolaires précédents et qu'une divergence d'opinions marquée apparaît quant aux trois cours parallèles de 13$^{e}$ année. On a demandé aux enseignants de choisir une classe cible et de répondre à toutes les questions en fonction d'elle, mais il se peut que cette exigence n'ait pas toujours été respectée. (Le problème que pose le classement des occasions d'apprentissage lorsque plusieurs cours sont enseignés simultanément s'est révélé particulièrement sérieux en Nouvelle Zélande ainsi qu'en Angleterre et au pays de Galles.) Au cours des études subséquentes qui ont été menées au niveau des conseils scolaires en Ontario, les questionnaires "Enseignement et apprentissage" ont été remplis par l'ensemble du département de mathématiques plutôt que par chaque enseignant. Cette façon de procéder a permis de s'assurer que les renseignements fournis reflétaient la situation de l'école, laquelle a donc servi d'unité d'analyse, mais elle n'indiquait pas quels élèves avaient bénéficié de quelles occasions d'apprentissage.

La figure 2-4 indique, pour cinq sujets différents, le pourcentage des éléments de matière faisant l'objet des questions de la SEIM qui, selon les enseignants, ont été couverts dans chaque pays. L'Ontario se situe légèrement au-dessus de la moyenne dans tous les domaines, son pourcentage le moins élevé (50 p. 100) touchant les statistiques. On constate donc que la courbe observée en ce qui concerne le programme scolaire prévu se répète pour le programme mis en oeuvre. Cette observation est encourageante, car les indices du programme prévu ont été calculés à partir des opinions de quelques personnes sur le système entier, tandis que les indices du programme scolaire mis en oeuvre sont le résultat de la moyenne des réponses d'un grand nombre d'enseignants. Dans le cas de la géométrie, le nombre d'heures d'enseignement semble être avant tout le résultat d'une influence culturelle. La Hongrie, le Japon, les Pays-Bas et la Thaïlande de même que les pays dont le programme scolaire est modelé sur le programme anglais classique accordent à la géométrie une importance moyenne ou considérable et abordent plus ou moins la même matière pour ce qui est des plans et des coordonnées. Les autres pays tels que l'Ontario, la Colombie-Britannique et les États-Unis accordent une importance secondaire à ce domaine dans son ensemble et les sujets couverts sont disparates.

La figure 2-5 donne le pourcentage des éléments de matière faisant l'objet des questions relatives à la population B qui, selon les enseignants, ont été couverts. Les enseignants de l'Ontario ont couvert environ 80 p. 100 des éléments d'algèbre faisant partie du questionnaire de la SEIM. Les cours d'algèbre dispensés en 13$^{e}$ année en Ontario semblent avoir un contenu très différent de celui d'autres cours d'algèbre préuniversitaires. Dans le cas des cours de calcul intégral et différentiel dispensés en Ontario, des chiffres qui ne sont pas indiqués ici révèlent que le pourcentage de couverture varie, mais qu'environ la moitié des cours couvrent la plus grande partie du domaine traité par la SEIM. En Israël de même qu'en Angleterre et au pays de Galles, relativement peu d'enseignants abordent les ensembles, les relations et les

**Figure 2-4 : Pourcentage, par sujet, des éléments de matière faisant l'objet des questions relatives à la population A de la SEIM que chaque pays a couverts**

| Pourcentage d'éléments couverts | Arithmétique | Algèbre | Géométrie | Statistiques | Mesures |
|---|---|---|---|---|---|
| 90 | FRA SUE JAP HON | HON | HON | | |
| 80 | LUX BFL CON PAB THA | PAB USA JAP SUE THA CCB FRA CON | THA CCB JAP FRA SUE | SUE HON | SUE HON USA JAP |
| 70 | FIN NZE NIG USA CCB AGA | ISR FIN BFL AGA LUX NIG | CON FIN PAB NIG BFL ISR | | USA JAP |
| 60 | ISR SUE | SUE NZE | AGA NZE USA | NZE NIG PAB | CON NZE NIG AGA |
| 50 | | | LUX | CCB CON JAP AGA THA | FIN FRA ISR THA |
| 40 | | | SUE | ISR FRA USA | SUE CCB |
| 30 | | | FIN | BFL LUX SUE | PAB LUX BFL |
| 20 | | | | | |
| 10 | | | | | |
| Nbre d'éléments | 24 | 46 | 30 | 39 | 18 |
| Pourcentage moyen | 73 | 73 | 67 | 45 | 51 |

fonctions. En Ontario, en Colombie-Britannique et en Suède, certaines classes couvrent entièrement les fonctions, mais à l'extérieur de ces groupes, la couverture varie considérablement. L'algèbre est le sujet qui reçoit la plus grande couverture. Dans le cas de deux sujets (mathématiques finies, probabilités et statistiques), on a constaté un écart particulièrement grand entre le programme prévu (figure 2-3) et le programme mis en oeuvre (figure 2-5); en effet, tous les éléments de ces matières qui ont été analysés par la SEIM faisaient partie du programme prévu, mais les enseignants ont déclaré n'avoir couvert que 30 p. 100 d'entre eux.

Figure 2-5 : Pourcentage, par sujet, des éléments de matière faisant l'objet des questions relatives à la population B de la SEIM que chaque pays a couverts

| Pourcentage d'éléments couverts | Ensembles, relations et fonctions | Algèbre | Géométrie | Fonctions élémentaires, calcul intégral et différentiel | Probabilités et statistiques | Mathématiques finies |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 100 | | JAP | | | | |
| 90 | JAP | SUE BFL FIN | | JAP NZE | THA | THA JAP |
| 80 | NZE FIN BFL | CCB CON HON FIN NZE | JAP SUE BFL | CON AGA FIN NZE | SUE JAP FIN | |
| 70 | CON THA USA | ISR THA | FIN BFL | ISR | AGA | |
| 60 | CCB SUE | | SUE THA AGA | THA HON | | BFL AGA |
| 50 | HON | | CON USA | USA | | NZE USA ISR |
| 40 | ISR AGA | | ISR CCB | | BFL USA | |
| 30 | | | | CCB | ISR CON | CON |
| 20 | | | | | HON CCB | HON |
| 10 | | | | | | CCB |
| 0 | | | | | | |
| Nbre d'éléments | 7 | 25 | 28 | 46 | 7 | 4 |
| Pourcentage moyen | 71 | 87 | 62 | 78 | 59 | 61 |

## 2.6 Programme prévu et programme mis en oeuvre

L'analyse des programmes scolaires effectuée dans le cadre de la SEIM se révèle utile pour ce qui est des mathématiques, que l'on dispose ou non des données relatives au rendement des élèves. Les conseils scolaires, ou même les départements de mathématiques, peuvent se servir de ces renseignements pour vérifier s'ils enseignent bien les sujets correspondant à leurs objectifs et s'ils leur accordent l'importance voulue. En considérant les programmes scolaires sous trois optiques différentes, on vide les discussions du contenu émotif qui empreint habituellement les textes de mesure et d'évaluation de base ou les programmes-cadres. Le programme prévu est défini dans le programme officiel, mais il est complété par les manuels scolaires, les descriptions de cours, les examens et les documents de référence produits par le ministère de

l'Éducation. Les conseils scolaires et les écoles établissent un programme d'études à partir du programme-cadre, et tous ces documents se combinent de façons mystérieuses pour donner le programme scolaire prévu.

Les enseignants se servent alors du programme prévu pour en arriver au programme mis en oeuvre. En Ontario, le programme mis en oeuvre tend à refléter le programme prévu, car les éducateurs ontariens produisent un grand nombre de manuels scolaires qui se conforment au programme décrit dans le programme-cadre officiel. Par le passé, il arrivait souvent que les membres du comité de rédaction du programme-cadre (ou leurs proches collègues) participent simultanément à la préparation d'un manuel scolaire. La population de l'Ontario est assez importante pour produire elle-même ses manuels scolaires, mais il n'en va pas de même en Colombie-Britannique, où des textes doivent être importés pour différents programmes-cadres. Le Québec et les collectivités francophones hors Québec ont habituellement recours à des outils didactiques importés de France et de Belgique, puis modifiés par les distributeurs locaux.

Au cours des années 1960, le mouvement de réforme des programmes scolaires s'est montré particulièrement actif dans les domaines de la physique, de la chimie, de la biologie et des mathématiques, avec l'avènement des nouvelles mathématiques. C'est pendant cette période qu'a été menée la première étude de l'AIERS sur les mathématiques, étude qui n'avait que partiellement capturé l'esprit novateur de cette décennie. Les années 1970 ont concordé avec une période de stabilisation durant laquelle la SEIM a été conçue et des réformes en profondeur des programmes scolaires entreprises dans de nombreux systèmes d'éducation. Entre les années 1960 et 1970, l'Ontario a modifié son approche : plutôt que de rédiger un programme détaillé, elle s'est mise à produire des programmes-cadres à partir desquels chacun des quelque cent conseils scolaires devait élaborer un programme de mathématiques détaillé. L'autonomie locale pouvait donc se refléter dans la façon particulière d'envisager l'enseignement dans les classes. Par ailleurs, les examens provinciaux ont été supprimés, car on considérait qu'ils ne convenaient plus à cette nouvelle approche pédagogique.

Maintenant plus qu'auparavant, lorsque chaque conseil scolaire de l'Ontario devait mettre en oeuvre le même programme, il est avantageux de disposer de la grille de programme de la SEIM pour comparer le programme scolaire prévu à l'échelle de la province au programme mis en oeuvre par les conseils scolaires. La diversité obligeait les intervenants à accorder une importance encore plus grande à l'analyse détaillée des différents programmes et des cadres d'apprentissage. En Ontario, on a choisi 50 écoles dans lesquelles on a demandé aux élèves et aux enseignants si les notions mathématiques nécessaires pour répondre aux questions d'évaluation du rendement avaient été enseignées (voir la section 2.5). Les indices OA calculés à partir de cette enquête ont été comparés à ceux du programme prévu qui avaient été tirés des cotes d'utilité des questions.

Le tableau 2-3 montre la différence entre les indices de couverture du contenu des programmes prévus et mis en oeuvre pour la 8$^{e}$ année. Dans le cas de l'Ontario, le total pondéré se rapproche de zéro, c'est-à-dire que les éléments de matière faisant l'objet des questions relatives à la population A qui n'ont pas été couverts sont contrebalancés par les sujets dont il n'est pas question dans les questionnaires de la SEIM. Il semble qu'on accorde à la mise en oeuvre des cours de géométrie et de statistiques une importance moins grande que ne le prévoit la politique. On pourrait expliquer ce phénomène par le fait que les responsables de la rédaction des programmes-cadres sont trop optimistes à propos de la matière qu'un enseignant peut couvrir au cours d'une année. En

8e année, les enseignants ont souvent tendance à reporter l'enseignement de la géométrie à la fin de l'année, lorsqu'il ne reste plus beaucoup de temps. Tout le monde sait que la géométrie est fréquemment négligée de façon implicite dans la conception du calendrier d'apprentissage.

La question du rendement sera abordée de façon plus détaillée dans une autre section, mais nous désirons faire remarquer ici que, d'après le tableau 2-4, les enseignants de l'Ontario font toujours preuve d'un trop grand optimisme à l'égard du rendement de leurs élèves. Cette attitude découle probablement du même optimisme qui fait que le programme scolaire prévu est supérieur au programme mis en oeuvre. On retrouve le phénomène contraire au Japon, où les enseignants sous-estiment le rendement de leurs élèves, surtout en ce qui concerne la géométrie et les statistiques.

**Tableau 2-3 : Indice de dépassement du programme prévu par rapport au programme mis en oeuvre pour les sujets enseignés à la population A**

| Pays | Arithmétique | Algèbre | Géométrie | Statistiques | Mesures | Total pondéré |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Belgique (écoles de langue flamande) | 9 | 22 | -6 | -27 | -16 | 0 |
| Canada, Colombie-Britannique | 9 | 2 | -7 | 42 | 18 | 9 |
| Canada, Ontario | -2 | -14 | 27 | 16 | -6 | 4 |
| Angleterre | 19 | 30 | 33 | 19 | 18 | 24 |
| Finlande | 10 | 8 | 30 | 33 | 23 | 19 |
| France | -4 | 11 | 11 | -23 | -30 | -4 |
| Hongrie | 2 | -1 | -1 | -2 | 3 | 0 |
| Israël | 25 | -3 | 33 | -47 | 41 | 16 |
| Japon | 9 | 10 | 36 | 25 | 5 | 17 |
| Luxembourg | 14 | 21 | -12 | -10 | -3 | 4 |
| Pays-Bas | 8 | 7 | 11 | 29 | 5 | 11 |
| Nouvelle-Zélande | 26 | 34 | 28 | 40 | 30 | 30 |
| Swaziland | 2 | -4 | -16 | 6 | -5 | -4 |
| Suède | 20 | 26 | 13 | 53 | 28 | 24 |
| Thaïlande | 7 | -10 | 14 | 21 | 14 | 8 |
| États-Unis | 16 | -6 | 12 | 28 | 25 | 14 |

**Tableau 2-4 : Indice de dépassement des prédictions des enseignants par rapport au rendement réel des élèves**

| Pays | Arithmétique | Algèbre | Géométrie | Statistiques | Mesures | Total pondéré |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Belgique (écoles de langue flamande) | -10* | -2 | 8 | 1 | 0 | -1 |
| Canada, Colombie Britannique | -4 | 4 | 13 | 7 | 2 | 2 |
| Canada, Ontario | 2 | 14 | 14 | 0 | 3 | 7 |
| Angleterre | -2 | -3 | -10 | -16 | 1 | -5 |
| Finlande | 0 | 0 | -15 | -14 | -2 | -6 |
| France | -5 | 1 | 14 | 2 | -1 | 2 |
| Hongrie | 3 | 4 | 1 | -3 | 8 | 3 |
| Israël | 3 | -2 | -16 | -25 | -3 | -7 |
| Japon | -2 | -1 | -13 | -11 | 4 | -5 |
| Luxembourg | 4 | 2 | -5 | -6 | 8 | 1 |
| Pays-Bas | -2 | 1 | -3 | -18 | 2 | -3 |
| Nouvelle Zélande | -6 | 7 | -2 | -15 | 1 | -2 |
| Nigeria | 9 | 14 | 13 | 4 | 15 | 11 |
| Swaziland | 11 | 14 | 8 | 6 | 12 | 10 |
| Suède | -6 | -3 | -9 | -15 | -11 | -8 |
| Thaïlande | 6 | 10 | 7 | 2 | -2 | 5 |
| États-Unis | -4 | 5 | 11 | -11 | 6 | 2 |

*Les chiffres négatifs indiquent que le rendement des élèves (en pourcentage) était plus élevé que ce qu'avaient prédit les enseignants.

## Chapitre 3
## Attitudes et rendement en Ontario

Le présent chapitre présente certains des résultats relatifs aux attitudes et au rendement des élèves, tirés du rapport exhaustif sur l'étude effectuée en Ontario qui a été présenté au ministère de l'Éducation (voir l'annexe B). Ces données donneront au lecteur une idée des renseignements détaillés obtenus grâce aux outils de la SEIM. Les questionnaires relatifs aux attitudes portaient sur la nature des mathématiques, leur place dans la société, les sentiments personnels des élèves à l'égard de cette matière et leur opinion quant aux calculatrices et aux ordinateurs.

Ces données résultent de l'analyse des réponses des élèves. Toutefois, dans le cas de l'évaluation du rendement, comme chacun des élèves n'a répondu qu'à deux des questionnaires, elles constituent des moyennes pour des classes ou des écoles. On a comparé les renseignements fournis par les enseignants aux réponses des élèves lorsque cette analyse pouvait être révélatrice. Les résultats relatifs aux attitudes et au rendement donnés dans le présent chapitre ont été calculés à partir des moyennes des réponses de tous les élèves d'une classe ou d'une école à des questions particulières. On a ensuite calculé la moyenne des moyennes par classe ou par école afin d'obtenir une note pour un sujet, comme l'arithmétique ou la géométrie.

### 3.1 Les réponses des élèves ontariens appartenant à la population A

Nous nous pencherons d'abord sur le rendement, en nous concentrant sur les fractions et l'algèbre. Nous avons choisi ces sujets parce que les résultats à l'échelle internationale indiquent qu'il faudrait revoir les directives de l'Ontario en la matière. Le chapitre 4 traite des résultats à l'échelle internationale. Les réponses des élèves aux questionnaires portant sur les attitudes suivront la section consacrée au rendement.

#### 3.1.1 Enseigner et étudier les fractions et l'algèbre

Pratiquement tous les enseignants consacrent une partie des cours de mathématiques de la 8$^{e}$ année à l'étude des opérations avec les fractions ordinaires, comme 2/5 plus 3/8, et les fractions décimales, comme 0,40 multiplié par 6,38. Ils enseignent également l'équivalence entre les fractions ordinaires et les fractions décimales (ex. : "7 3/20 égale?"). Le tableau 3-1 donne les résultats détaillés des douze questions qui constituaient le sous-ensemble de la SEIM portant sur les fractions ordinaires. Le résumé figurant au bas du tableau indique que, dans l'ensemble, les élèves ont donné la bonne réponse en moyenne dans 51 p. 100 des cas lors du test préliminaire et dans 57 p. 100 des cas lors du test-bilan. Comme très peu d'élèves n'ont fourni aucune réponse, la légère augmentation est attribuable à un nombre accru d'élèves répondant correctement. La colonne intitulée Variation indique que l'amélioration la plus marquée (15 p. 100) touchait la division des fractions, sujet enseigné par 91,5 p. 100 des enseignants. Le début de chaque question (parfois toute la question) figure sous le tableau. Le quart des enseignants ont consacré trois heures de cours à ce sujet (donnée non fournie par le tableau) et seulement 7,4 p. 100 des enseignants ont indiqué que les élèves avaient vu ce sujet avant la 8$^{e}$ année!

Tableau 3-I : Sommaire des réponses des élèves ontariens (%) appartenant à la population A et des rapports "Enseignement et apprentissage" préparés par les enseignants (%) relativement aux douze questions constituant le sous ensemble portant sur les fractions ordinaires du questionnaire traitant de l'arithmétique

| | TEST PRÉLIMINAIRE | | | TEST-BILAN | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Question* | Bonne réponse | Mauvaise réponse | Aucune réponse | Bonne réponse | Mauvaise réponse | Aucune réponse | Variation | Sujet enseigné en 8e année | Sujet enseigné avant la 8e année |
| 1. | 27 | 71 | 2 | 32 | 67 | 1 | 4 | 88,9 | 5,2 |
| 2. | 48 | 46 | 5 | 58 | 39 | 3 | 10 | 79,9 | 11,6 |
| 3. | 57 | 42 | 1 | 63 | 36 | 1 | 6 | 91,6 | 7,3 |
| 4. | 27 | 63 | 10 | 32 | 62 | 6 | 5 | 69,6 | 13,6 |
| 5. | 64 | 35 | 1 | 68 | 31 | 1 | 4 | 86,8 | 8,5 |
| 6. | 61 | 38 | 1 | 65 | 35 | 1 | 4 | 92,6 | 5,8 |
| 7. | 49 | 48 | 3 | 64 | 34 | 2 | 15 | 91,5 | 7,4 |
| 8. | 51 | 46 | 3 | 54 | 44 | 2 | 4 | 93,0 | 5,3 |
| 9. | 81 | 17 | 1 | 85 | 14 | 1 | 3 | 94,2 | 5,8 |
| 10. | 49 | 48 | 3 | 56 | 41 | 2 | 8 | 92,6 | 7,4 |
| 11. | 46 | 54 | 0 | 48 | 52 | 0 | 2 | 85,9 | 14,1 |
| 12. | 55 | 44 | 1 | 61 | 39 | 1 | 5 | 91,9 | 8,1 |
| Moyenne | 51 | 46 | 3 | 57 | 41 | 2 | 6 | | |
| Erreur-type | 1,0 | 1,0 | 0,3 | 1,0 | 1,0 | 0,2 | 0,8 | | |

*Début des questions

1. Lors d'une soirée, on a servi quatre récipients de crème glacée de un litre chacun...
2. Les petits carrés de cette figure sont tous de la même taille et...
3. 2/5 + 3/8 égale...
4. Lequel des points A,B,C,D et E de cet axe numérique...
5. Quel chiffre représente-t-il la meilleure estimation de la réponse à l'opération suivante : 5 3/7 + 6 5/9?
6. 3/8 - 1/5 égale...
7. (3/5) / (2/7) égale...
8. Il y a 35 élèves dans la classe; 1/5 d'entre eux viennent à l'école...
9. Laquelle des paires de fractions suivantes est-elle constituée de fractions équivalentes?
10. 1 2/5 - 1/2 égale...
11. L'image montre des billes noires et des billes blanches. De toutes...
12. 1/2 + 1/4 égale...

Le tableau 3.2 fournit exactement les mêmes données pour les treize questions du sous-ensemble portant sur les fractions décimales. Encore une fois, pratiquement tous les enseignants expliquent aux élèves les notions qui leur permettront de répondre aux questions (à une ou deux exceptions près) et peu d'entre eux indiquent que les élèves ont étudié le sujet avant la 8e année. Les améliorations très légères (de 47 à 52 p. 100 dans l'ensemble) laissent entrevoir des problèmes d'apprentissage bien ancrés. La question mentionnée plus tôt de l'équivalence entre une fraction ordinaire et une fraction décimale est celle qui a posé le plus de difficultés. On a noté une amélioration de 11 p. 100 relativement au problème suivant :

> Alexandra décide de se rendre à pied de Riverview à Bridgeport, deux villes distantes de 3,1 km . Elle perd sa montre en cours de route et rebrousse chemin, parcourant 1,7 km avant de la retrouver. Elle repart ensuite dans sa direction première et finit par atteindre Bridgeport. Combien de kilomètres Alexandra a-t-elle parcourus en tout avant d'arriver à destination?
>
> A. 1,4
>
> B. 4,8
>
> C. 6,5
>
> D. 8,2
>
> E. Aucune de ces réponses

Les enseignants conviennent qu'il faut accorder beaucoup d'importance à l'enseignement des applications des fractions. La première question du tableau 3.1 semble appartenir à ce domaine et presque 90 p. 100 des enseignants ont dit avoir enseigné les notions nécessaires. Le taux de réussite des élèves indique toutefois que le choix de la bonne réponse semble tenir à la chance.

> Lors d'une soirée, on a servi quatre récipients de crème glacée de un litre chacun. À la fin de la soirée, l'un d'eux était vide, deux étaient à moitié pleins et le dernier était encore aux trois quarts plein. Combien a-t-on MANGÉ de litres de crème glacée?
>
> A. 3 3/4 litres
>
> B. 2 3/4 litres
>
> C. 2 1/2 litres
>
> D. 1 3/4 litre
>
> E. Aucune de ces réponses

Les élèves savaient de toute évidence reconnaître des fractions équivalentes, car plus de 80 p. 100 d'entre eux ont trouvé la bonne réponse à la question n° 9 lors du test préliminaire et du test-bilan. Néanmoins, 95 p. 100 des enseignants ont revu ce sujet, le plus révisé de tous les sujets touchant les fractions ordinaires.

Les notions d'algèbre donnent des résultats très différents de ceux qu'ont produits les questions relatives aux fractions. L'algèbre est un sujet plus

abstrait, avec lequel les élèves ont moins de contacts en dehors de l'école et que la plupart d'entre eux étudient pour la première fois en 8e année. Les entiers relatifs, soit les nombres entiers positifs et négatifs comme -4, 6, 0 et -11, constituent un bon exemple de notions d'algèbre. Les opérations avec des nombres entiers (addition, soustraction, multiplication et division) sont considérées comme de nouvelles notions par les deux tiers des enseignants et, dans le cas contraire (surtout en ce qui concerne l'addition et la soustraction), font l'objet d'une révision. Le tableau 3-3 résume les réponses des élèves et les rapports "Enseignement et apprentissage" préparés par les enseignants relativement aux cinq questions portant sur les entiers relatifs.

Dans l'ensemble, la variation de 22 p. 100 cadre avec le temps consacré à l'enseignement de ce nouveau sujet. Le pourcentage élevé de bonnes réponses à la dernière question lors du test préliminaire et du test-bilan semble indiquer un apprentissage réussi de l'ordre des opérations et de la distributivité au cours des années précédentes, auquel s'est ajoutée la pratique de la multiplication. Toutefois, le pourcentage de bonnes réponses aurait presque à coup sûr diminué si les nombres entiers entre parenthèses avaient été inversés pour devenir (-4 + 6), mais l'amélioration aurait fort bien pu s'en trouver accrue.

Par rapport aux élèves des autres pays, les élèves ontariens de 8e année n'étudient pas beaucoup les formules algébriques (voir la section 4.1.3). Les élèves n'ont donc pas répondu (9 p. 100) ou ont essayé de deviner la réponse à la question suivante (le chiffre entre parenthèses donne le pourcentage d'élèves ayant choisi chacune des réponses) :

> Une boisson gazeuse coûte a cents la bouteille, consigne comprise, mais on reçoit un remboursement de b cents par bouteille vide. Combien Henri paiera-t-il pour x bouteilles s'il rapporte y bouteilles vides?
>
> A. ax + by cents (12 %)
>
> B. ax - by cents (25 %)
>
> C. (a - b)x cents (14 %)
>
> D. (a + x) - (b + y) cents (16 %)
>
> E. Aucune de ces réponses (24 %)

### 3.1.2 Attitudes des élèves de 8e année à l'égard des mathématiques

À la section 1.1.1, il a été question des réactions des enseignants à l'échelle intitulée Les mathématiques en tant que processus (voir également le tableau 1.1 à la page 8). Les élèves ont coté les mêmes énoncés, étant d'accord avec les enseignants dans environ la moitié des cas. Les divergences d'opinions révèlent que la perception des élèves, un peu plus que celle des enseignants, définit les mathématiques comme un domaine statique et dominé par des règles. La majorité des participants (élèves et enseignants) considéraient que les mathématiques allaient évoluer rapidement dans un avenir prochain et qu'elles constituaient un bon domaine d'activité pour les personnes créatives, mais les élèves avaient moins tendance que les enseignants à penser que la résolution de problèmes mathématiques laissait place à l'originalité. Plus d'élèves que d'enseignants se sont déclarés d'accord avec l'énoncé selon lequel

Tableau 3-2 : Sommaire des réponses des élèves ontariens (%) appartenant à la population A et des rapports "Enseignement et apprentissage" préparés par les enseignants (%) relativement aux treize questions constituant le sous-ensemble portant sur les fractions décimales du questionnaire traitant de l'arithmétique

| | TEST PRÉLIMINAIRE | | | TEST-BILAN | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Question * | Bonne réponse | Mauvaise réponse | Aucune réponse | Bonne réponse | Mauvaise réponse | Aucune réponse | Variation | Sujet enseigné en 8e année | Sujet enseigné avant la 8e année |
| 1. | 28 | 67 | 5 | 37 | 61 | 2 | 9 | 85,7 | 5,3 |
| 2. | 81 | 18 | 1 | 83 | 16 | 1 | 3 | 91,0 | 8,5 |
| 3. | 60 | 37 | 3 | 65 | 34 | 1 | 5 | 95,3 | 4,2 |
| 4. | 31 | 65 | 4 | 46 | 52 | 2 | 14 | 96,3 | 2,1 |
| 5. | 59 | 40 | 1 | 65 | 34 | 1 | 6 | 63,0 | 13,2 |
| 6. | 55 | 43 | 2 | 63 | 35 | 2 | 8 | 92,1 | 7,9 |
| 7. | 39 | 61 | 0 | 37 | 63 | 0 | 2 | 90,5 | 9,0 |
| 8. | 32 | 68 | 1 | 42 | 57 | 1 | 11 | 82,5 | 10,0 |
| 9. | 39 | 59 | 2 | 41 | 57 | 1 | 2 | 66,3 | 11,7 |
| 10. | 45 | 49 | 6 | 51 | 45 | 4 | 6 | 72,5 | 6,8 |
| 11. | 53 | 46 | 1 | 62 | 37 | 1 | 9 | 95,8 | 4,2 |
| 12. | 19 | 75 | 6 | 22 | 74 | 4 | 4 | 79,0 | 7,0 |
| 13. | 68 | 30 | 2 | 66 | 32 | 2 | 2 | 88,0 | 10,3 |
| Moyenne | 47 | 51 | 3 | 52 | 46 | 2 | 6 | | |
| Erreur-type | 1,0 | 0,9 | 0,2 | 1,1 | 1,0 | 0,2 | 0,7 | | |

*Début des questions

1. 0,2131 + 0,02958 égale environ...
2. Le gagnant d'un concours de lancer du disque a effectué un lancer de 61,6...
3. 0,40 + 6,38 égale...
4. 7 3/20 égale...
5. La position indiquée par la flèche sur la balance est...
6. 0,004 / 24,56
   Le résultat de la division ci-dessus est...
7. Lequel des chiffres suivants équivaut-il à trente-sept millièmes?
8. Alexandra décide de se rendre à pied de Riverview à Bridgeport, deux villes distantes de 3,1 km...
9. Le grand carré a une surface de une unité carrée. La surface...
10. La vitesse de la lumière est d'environ 340 mètres à la seconde...
11. 74,236 arrondi au centième le plus proche égale...
12. Un coureur a parcouru 3000 mètres en exactement huit minutes. Quelle était...
13. 847,36 Le chiffre 6 du nombre encadré représente...

Tableau 3-3 : Sommaire des réponses des élèves ontariens (%) appartenant à la population A et des rapports "Enseignement et apprentissage" préparés par les enseignants (%) relativement aux cinq questions constituant le sous-ensemble portant sur les entiers relatifs du questionnaire traitant de l'arithmétique

| | TEST PRÉLIMINAIRE | | | TEST-BILAN | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Question* | Bonne réponse | Mauvaise réponse | Aucune réponse | Bonne réponse | Mauvaise réponse | Aucune réponse | Variation | Sujet enseigné en 8e année | Sujet enseigné avant la 8e année |
| 1. | 14 | 83 | 3 | 61 | 38 | 1 | 47 | 89,4 | 6,4 |
| 2. | 40 | 58 | 2 | 50 | 49 | 1 | 10 | 92,6 | 2,1 |
| 3. | 16 | 81 | 3 | 43 | 55 | 1 | 27 | 94,0 | 0,0 |
| 4. | 37 | 55 | 8 | 57 | 42 | 2 | 20 | 89,7 | 3,2 |
| 5. | 58 | 31 | 11 | 65 | 31 | 3 | 7 | 89,1 | 0,5 |
| Moyenne | 33 | 61 | 5 | 55 | 43 | 2 | 22 | | |
| Erreur-type | 1,2 | 1,1 | 0,5 | 1,4 | 1,3 | 0,3 | 1,4 | | |

*Début des questions

1. (-2) + (-3) égale...
2. La température ambiante au pied d'une montagne est de 31 degrés...
3. (-6) - (-8) égale...
4. L'ensemble des nombres entiers inférieurs à 5 est représenté sur l'un des...
5. -5 (6-4) égale...

L'apprentissage des mathématiques suppose surtout de la mémorisation et avaient tendance à ne pas être d'accord avec l'énoncé selon lequel On peut résoudre des problèmes mathématiques sans avoir recours aux règles établies. Les élèves ont marqué leur accord avec le plus de conviction à l'égard des deux énoncés suivants : Il y a toujours une règle à suivre pour résoudre les problèmes mathématiques et Les mathématiques nous aident à réfléchir rationnellement.

On a présenté l'échelle Les mathématiques et moi (Mathematics and Myself) aux élèves de la 7e à la 10e année dans le cadre des essais de la BIMO portant sur les mathématiques et l'anglais effectués à la fin de l'année scolaire 1980-1981, puis en 1982 dans le cadre de la SEIM. Les deux expériences ont produit des résultats semblables : les élèves considèrent que les mathématiques sont importantes, veulent vraiment réussir dans ce domaine et leurs parents souhaitent qu'ils réussissent. Ils ne sont toutefois pas sûrs de leurs aptitudes et manifestent peu d'enthousiasme à l'égard de cette matière (McLean, 1982b).

Les huit énoncés de l'échelle Les mathématiques et la société (Mathematics in Society) traitent tous des applications et de l'importance des mathématiques au travail et dans la vie courante. Les élèves ont réagi à chacun des énoncés

d'une façon qui réaffirmait leur perception de l'importance et de l'utilité de cette science. Un certain nombre d'entre eux ont cependant dit qu'ils pouvaient très bien s'en tirer sans les mathématiques et qu'ils n'en avaient pas besoin dans la vie de tous les jours. Il s'agit probablement là de la perception sincère, bien que regrettable, d'une minorité de jeunes, pour qui les mathématiques étudiées à l'école semblent n'avoir rien à voir avec leur vie. Les enseignants auraient donc avantage à accorder une importance accrue aux applications des mathématiques. Il est à espérer que ces élèves resteront à l'école et finiront pas trouver des cours qui auront un rapport avec leurs besoins.

En 1982, peu d'élèves avaient accès à des ordinateurs; il s'agit probablement de la dernière année dont on pourra dire cela. Les élèves considéraient en général que "tout le monde" devrait acquérir des connaissances sur l'utilisation des ordinateurs, mais ils n'étaient pas sûrs de vouloir eux-mêmes en apprendre beaucoup à ce sujet et un grand nombre d'entre eux étaient convaincus qu'ils ne pourraient jamais apprendre à programmer un ordinateur. On aurait avantage à reposer les mêmes questions dans quelques années. L'utilisation des calculatrices était très répandue, plus que dans la plupart des autres pays, mais les élèves n'étaient pas sûrs que cet outil les aidaient à apprendre. Ils ont toutefois indiqué avec certitude qu'ils n'étaient pas d'accord avec l'énoncé suivant : Si on utilise une calculatrice de poche, on n'a pas besoin d'apprendre à calculer.

Examinons maintenant les réactions des élèves se spécialisant en mathématiques, en passant de la population générale de la fin du palier élémentaire à un échantillon de l'élite arrivée à la dernière année précédant l'université.

### 3.2 La population B de l'Ontario

Comme nous l'avons expliqué dans les chapitres précédents, l'échantillon prélevé sur la population B de l'Ontario était très complexe. On avait choisi quatre classes par école, lorsque c'était possible, soit celles du cours de 12$^{e}$ année menant à la 13$^{e}$ et de chacun des trois cours préuniversitaires de 13$^{e}$ année. On trouve en général une proportion plus faible de filles à ce niveau; en Ontario, cet écart était plus accentué dans les classes d'algèbre que dans les autres cours. On a obtenu, en raison des professions des parents, un nombre disproportionné d'élèves issus de milieux à revenus élevés, bien que, comme on l'a dit à la section 1.1.2, cette situation n'ait pas été aussi prononcée en Ontario qu'ailleurs (en Colombie-Britannique par exemple). Nous commencerons par les résultats liés au rendement, pour ensuite traiter brièvement des attitudes.

#### 3.2.1 Les résultats obtenus en calcul infinitésimal et en algèbre

Nous dégageons, toute comme pour la population A, deux conclusions qui nous semblent significatives pour l'Ontario à la lumière des résultats obtenus sur le plan international. Nous en traiterons à la section 4.2.2 du chapitre 4.

Les élèves de 13$^{e}$ année sont nombreux à s'intéresser au calcul infinitésimal. En effet, environ 62 p. 100 des garçons et 44 p. 100 des filles s'inscrivent à ce cours de type classique, traitant principalement des limites des fonctions, de la différentiation, des intégrales définies et du calcul des fonctions. La moitié des cours environ abordent les techniques analytiques d'intégration (la résolution de fonctions trigonométriques par

substitution, l'intégration par parties, etc.), mais très peu de cours abordent les séries infinies et les dérivées partielles. Deux sous-ensembles de la SEIM, la différentiation et l'intégration, cadrent tout particulièrement bien avec le programme scolaire de l'Ontario. Vous trouverez le résumé des résultats obtenus par les élèves aux tableaux 3-4 et 3-5.

À une ou deux exceptions près pour chaque sous-ensemble, les enseignants ont en grande majorité déclaré que les notions nécessaires pour répondre aux questions figuraient au programme et que les résultats étaient liés aux occasions d'apprentissage. Les élèves de l'Ontario ont obtenu des résultats satisfaisants, sans plus. Seulement 28 p. 100 des élèves ont choisi, par hasard pour la plupart d'entre eux, la bonne réponse à une question portant sur une application type, c'est-à-dire visant à déterminer le maximum d'une fonction (question n° 8 du tableau 3-4). Les élèves devaient également composer la fonction, ce qui leur a probablement posé la plus grande difficulté. La question n° 7, à laquelle 67 p. 100 des élèves ont bien répondu en choisissant la dérivée exacte de $\exp(x^2)$, montre bien l'importance que l'on accorde dans les cours aux règles de différentiation.

Les résultats obtenus en ce qui a trait aux techniques d'intégration sont plus variables, même si on élimine les trois questions que moins de 80 p. 100 des enseignants mettent au programme. Près de 80 p. 100 des élèves ont pu calculer les intégrales de fonctions types et 56 p. 100 d'entre eux ont trouvé l'intégrale définie de la fonction $x - x^2$ (question n° 9 du tableau 3-5). Par contre, 36 p. 100 seulement des élèves ont pu déterminer "l'aire limitée par la courbe $y = x^4 - x^2$ et l'axe des x" (question n° 4). La question n° 8 ("Si $3\ f'(x) = x^2 - 5$ et $f(2) = 1$, alors $f(0)$ est égal à..."), qui constitue une application facile de la définition de la dérivée et d'une technique d'intégration simple, a complètement dérouté les élèves.

Les résultats des élèves de l'Ontario en algèbre ont été relativement bons, comme l'indique le résumé donné au tableau 3-6. Le taux global de réussite à cette partie difficile du test se situe à 51 p. 100, ce qui constitue un bon résultat. Les rapports "Enseignement et apprentissage" préparés par les enseignants ne fournissent aucun éclaircissement, car ces notions peuvent s'acquérir dans l'une ou l'autre des trois classes et que les élèves ne suivent pas tous la même combinaison de cours. L'erreur commise par la quasi-totalité des élèves à la question n° 4 a fait considérablement baissé la moyenne.

> P est un polynôme en x de degré m et Q est un polynôme en x de degré n; si $n < m$ , $(P + Q)(P - Q)$ est une polynôme de degré...

La plupart des élèves ont répondu $mn$ plutôt que $2m$. Dans l'ensemble cependant, les résultats obtenus étaient bons, ce que les éducateurs du domaine des mathématiques attribuent au fait qu'un grand nombre d'élèves suivent le très difficile cours d'algèbre de la 13$^e$ année.

### 3.2.2 Les attitudes des élèves se spécialisant en mathématiques

Les attitudes des élèves se spécialisant en mathématiques se résument facilement. Les élèves formant l'échantillon de cette élite considéraient les mathématiques comme un domaine dynamique et en évolution, comme un bon domaine d'activité pour les personnes créatives. Selon eux, il s'agissait d'une matière importante et utile. Ils avaient une plus grande confiance en eux-mêmes et en leurs capacités, que la population générale de 8$^e$ année. Très peu d'entre eux ont affirmé pouvoir se passer facilement des mathématiques, mais quelques uns ont quand même admis que, pour la plupart des professions, il n'était pas

nécessaire de connaître les mathématiques. Une nette tendance, qu'il est intéressant de noter, se dégage de l'étude : plus les élèves suivent des cours avancés, plus leurs attitudes sont positives. Ces jeunes adultes ont déjà fait des choix et leurs réponses s'y conforment.

### 3.2.3 La participation des filles

Le nombre de filles inscrites à l'école varie légèrement d'un pays à l'autre. On peut établir une comparaison en calculant la différence entre le nombre de filles de la population A inscrites au cours de mathématiques et celui de la population B. En général, le nombre de filles s'inscrivant à des cours de mathématiques diminue à chaque niveau scolaire, et surtout lorsque les cours d'adressent à des élèves se spécialisant dans cette matière. Fait intéressant à noter, leur nombre a augmenté dans deux des quinze pays participant à l'étude. Ce nombre a baissé, par contre, dans tous les autres pays, la diminution atteignant plus de 50 p. 100 à Hong-Kong et au Japon.

Le nombre des filles inscrites aux cours de mathématiques a diminué de 22 p. 100 en Ontario, un résultat semblable, comme on pouvait s'y attendre, à celui de la Colombie-Britannique, où leur nombre a chuté de 20 p. 100. On note également une baisse assez semblable dans les écoles belges de langue flamande, soit 19 p. 100. Les États-Unis, avec une réduction de 16 p. 100, suivent les précédents de près. Les écoles de Nouvelle-Zélande et les écoles belges de langue française rapportent des baisses plus considérables, soit 27 p. 100 et ne sont surpassées à cet égard que par l'Angleterre et le pays de Galles (37 p. 100) et la Suède (40 p. 100). L'Écosse (7 p. 100) et la Finlande (10 p. 100) ont, ce qui est étonnant, connu à ce chapitre des diminutions beaucoup plus faibles que celles de leurs voisins. En Israël, le nombre de filles de la population B inscrites aux cours de mathématiques est inférieur de 13 p. 100 à celui de la population A.

Nous ne nous attendions pas à trouver une explication simple à de tels écarts, ce en quoi nous avions raison. Il existait un lien étroit entre le nombre d'élèves inscrits aux cours de mathématiques de niveau avancé et le nombre de filles qui s'y étaient inscrites. Quelles que soient les raisons qui incitent les élèves à suivre des cours de mathématiques, elles y incitent aussi bien les filles que les garçons, mais pas tout à fait dans la même mesure. Si l'on considère les quinze pays participant à l'enquête cependant, on ne peut établir de lien entre le taux de participation des filles aux cours de mathématiques et le nombre d'élèves inscrits à l'école. Autrement dit, même si davantage d'élèves poursuivent leurs études, il ne s'ensuit pas pour autant que plus de filles suivent des cours de mathétiques. Les études internationales proposent à cet égard une série d'explications, entre autres la quantité de matière au programme et la branche des mathématiques étudiée.

En Ontario, le taux de participation des filles aux trois cours de niveau avancés offerts au palier préuniversitaire s'est révélé variable. C'est au cours le plus difficile, soit le cours d'algèbre dispensé en 13$^{e}$ année, qu'elles s'inscrivent en moins grand nombre. On avait déjà noté une telle tendance en 1983 grâce à une enquête sur les cours de science qui démontrait que les filles sont plus nombreuses à s'inscrire aux cours de chimie qu'aux cours de physique. La connaissance de la chimie est exigée pour l'admission à de nombreux programmes d'études postsecondaires en sciences de la santé, que davantage de filles choisissent. Ces mêmes programmes peuvent inciter les intéressées à s'inscrire à un cours de mathématiques en 13$^{e}$ année; celles-ci ont alors tendance, le cas échéant, à choisir les cours sur les relations et les fonctions ou sur le calcul infinitésimal de préférence au cours

Tableau 3-4 : Sommaire des réponses des élèves ontariens (%) appartenant à la population B et des rapports "Enseignement et apprentissage" préparés par les enseignants (%) relativement aux quatorze questions constituant le sous-ensemble portant sur la différentiation du questionnaire traitant de l'analyse

| Question | Taux de réponse: Bonne réponse | Mauvaise réponse | Aucune réponse | Rapports "Enseignement et apprentissage" | Début des questions |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 83 | 15 | 2 | 97 | Si une fonction f est définie par l'équation $f(x) = (3x + 1)^6$, la dérivée de f au point x est... |
| 2. | 55 | 41 | 3 | 97 | Si la courbe d'une fonction f a un point d'inflexion à (a,1), laquelle des propositions suivantes est OBLIGATOIREMENT vraie? |
| 3. | 18 | 66 | 16 | 92 | Quelle courbe représente-t-elle l'équation $y = 3x^3 + 6x^2 + kx + 9$? |
| 4. | 66 | 31 | 3 | 97 | La dérivée x de la fonction $4\sqrt{3x - 4}$ est... |
| 5. | 67 | 31 | 2 | 95 | La vitesse d'un corps se déplaçant en ligne droite... |
| 6. | 47 | 49 | 4 | 96 | À quel point la courbe $y = 3x^2 - x^3$ admet-elle un minimum local? |
| 7. | 67 | 25 | 7 | 83 | Si la fonction f est définie par l'équation $f'(x) = e^2$, $f(x) = ?$ |
| 8. | 28 | 59 | 12 | 88 | L'intersection d'un cylindre et d'un plan par son axe se trouve... |
| 9. | 38 | 56 | 6 | 92 | La fonction f définie par l'équation $f(x) = x^4 + 4x^2$ admet un maximum relatif de... à... |
| 10. | 51 | 31 | 18 | 94 | Le minimum relatif admis par la courbe $y = x^3 - ax + b$ se situe en un point... |
| 11. | 43 | 45 | 12 | 54 | Si $x = 2 \cos t$ et $y = \sin t$, calculer $dy/dx$ en fonction de t. |
| 12. | 38 | 48 | 14 | 95 | Quel graphique présente-t-il les caractéristiques suivantes... |
| 13. | 17 | 64 | 20 | 39 | Si f est une fonction paire différentiable en un point 0, quelle condition f(0) doit-il satisfaire? |
| 14. | 23 | 45 | 32 | 9 | Dans un espace affine euclidien, les coordonnées d'un point m en mouvement... |
| Moyenne | 46 | 43 | 11 | | |
| Erreur-type | 1,3 | 1,0 | 1,1 | | |

Tableau 3-5 : Sommaire des réponses des élèves ontariens (%) appartenant à la population B et des rapports "Enseignement et apprentissage" préparés par les enseignants (%) relativement aux douze questions constituant le sous-ensemble portant sur l'intégration du questionnaire traitant de l'analyse

| Question | Taux de réponse: Bonne réponse | Mauvaise réponse | Aucune réponse | Rapports "Enseignement et apprentissage" | Début des questions |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 76 | 20 | 4 | 95 | $\int (x - 1)^2\,dx$ est égal à... |
| 2. | 54 | 36 | 10 | 3 | La ligne 1 de la figure représente la courbe de l'équation $y = f(x)$; $\int^3_{-2} f(x)dx$ est donc égal à... |
| 3. | 23 | 70 | 7 | 82 | La courbe de la fonction f tracée ci-dessus représente $0 \leq x \leq 10$; $\int^a_0 f(x)dx$ atteint donc sa valeur maximale au point... |
| 4. | 36 | 53 | 11 | 91 | L'aire limitée par la courbe $y = x^4 - x^2$ et l'axe des x est égal à... |
| 5. | 16 | 59 | 25 | 58 | La valeur de $\int^1_0 dx(x^2 - 5x + 6)$ est égale à... |
| 6. | 63 | 30 | 7 | 87 | En quel point la courbe $y = 3x^2 - x^3$ admet-elle un minimum local? |
| 7. | 83 | 15 | 2 | 94 | $\int \sqrt{x - 1}\,dx$ est égal à... |
| 8. | 19 | 69 | 12 | 89 | Étant donné que $3f'(x) = x^2 - 5$ et que $f(2) = 1$, alors $f(0)$ est égal à... |
| 9. | 56 | 33 | 11 | 85 | $\int^2_1 (x - 1/x^2)dx$ est égal à... |
| 10. | 27 | 50 | 23 | 62 | La fonction f étant définie par l'équation $f(x) = \int^x_0 \sqrt{1 + u^2}du$, $f'(2)$ est égal à... |
| 11. | 25 | 67 | 8 | 84 | Cette figure représente la courbe de $y = f(x)$,... La valeur de $\int^b_a f(x)dx$ est égale à... |
| 12. | 31 | 52 | 18 | 80 | $\int^1_0 12x/(2x + 1)^2 dx$ est égal à... |
| Moyenne | 42 | 46 | 12 | | |
| Erreur-type | 1,3 | 1,1 | 1,3 | | |

Tableau 3-6 : Sommaire des réponses des élèves ontariens (%) appartenant à la population B relativement aux seize questions constituant le sous-ensemble portant sur l'algèbre du questionnaire traitant de l'analyse

| Question | Taux de réponse : Bonne réponse | Mauvaise réponse | Aucune réponse | Début des questions |
|---|---|---|---|---|
| 1. | 61 | 36 | 3 | Lequel des points suivants se trouve-t-il dans l'aire limitée par les lignes $y = 1, y = x$ et $x + y = 6$? |
| 2. | 78 | 20 | 2 | La courbe définie par l'équation $y = 3x(x - 2)(2x + 1)$ ne croise l'axe des x qu'aux points... |
| 3. | 31 | 59 | 10 | Un papetier désire fabriquer une carte de 8 cm de longueur et d'une largeur telle que lorsqu'elle est coupée en deux... |
| 4. | 12 | 80 | 8 | P est un polynôme en x de degré m et Q est un polynôme en x de degré n; si $n<m$, $(P + Q)(P - Q)$ est un polynôme de degré... |
| 5. | 72 | 22 | 2 | Lesquelles des expressions suivantes, $(x - 1)$, $(x - 2)$, $(x + 2)$ et $(x - 4)$, sont des facteurs de $x^3 - 4x^2 - x + 4$? |
| 6. | 21 | 70 | 9 | x et y étant des nombres réels, le produit des matrices est commutatif seulement si... |
| 7. | 15 | 73 | 11 | Selon le graphique, $ax + b > cx^2$ lorsque... |
| 8. | 74 | 22 | 4 | Donner toutes les valeurs de x pour lesquelles l'inégalité $5x + 5/3 \leq -2x - 2/3$ est satisfaite. |
| 9. | 78 | 14 | 8 | L'équation de la ligne l étant... et celle de la ligne m..., résoudre le système d'équations suivant... |
| 10. | 55 | 35 | 10 | Un certain nombre d'élèves doivent habiter en résidence, si deux d'entre eux partagent chacune des chambres,... |
| 11. | 5 | 36 | 10 | On propose deux modèles mathématiques pour prévoir le profit y en dollars tiré de la vente de x milliers d'exemplaires d'un article... |
| 12. | 44 | 43 | 13 | On coupe un fil métallique de 52 cm en deux parties, que l'on plie de façon à former un carré avec chacune d'elles... Combien de centimètres de plus... |
| 13. | 64 | 34 | 1 | Si x est un nombre réel, alors y, défini par l'équation $y = \sqrt{x^2 - 1}$ est un nombre réel pour... |
| 14. | 46 | 52 | 1 | Si x et y sont des nombres réels, pour quelle valeur de x pouvez-vous définir y par l'équation $y = x/\sqrt{9 - x^2}$? |
| 15. | 45 | 53 | 2 | Si $a \geq 0$, alors $\sqrt[6]{a^3}$ est égal à... |
| 16. | 58 | 37 | 5 | Un train de marchandises roulant à 50 km/h quitte une gare trois heures avant un rapide... |
| Moyenne | 51 | 43 | 6 | |
| Erreur-type | 0,9 | 0,8 | 0,5 | |

d'algèbre. Il s'ensuit que les femmes ne sont pas suffisamment présentes dans les domaines des sciences et du génie et que l'on en trouve très peu parmi les mathématiciens.

### 3.2.4 Les cours échelonnés sur un semestre ou sur toute l'année scolaire

Ce qui précède nous a amené à analyser les cours de mathématiques suivis par l'ensemble du groupe et les résultats obtenus de même que l'incidence des politiques sur ces deux facteurs. Il incombe entre autres aux conseils scolaires ou même aux écoles de décider si les cours s'échelonneront sur un semestre ou sur toute l'année. Au moment où la SEIM a été effectuée en Ontario, environ le quart des écoles secondaires organisaient des cours d'un semestre, les classes débutant en septembre pour se terminer en décembre et reprenant en janvier pour s'achever en juin. Pour ouvrir droit à un crédit, un cours doit compter au moins 110 heures; ainsi on dispense les cours d'un semestre en doublant la durée des heures de classe durant la moitié de l'année. Ce système satisfait les élèves qui veulent travailler pendant l'année scolaire, puisque les horaires y sont plus souples. Il semblerait que le nombre d'écoles qui adoptent ce système augmente rapidement.

Dans le cadre d'une étude secondaire, nous avons donc comparé les caractéristiques et le rendement des élèves des écoles divisant l'année scolaire en deux semestres à ceux des élèves fréquentant les écoles où les cours durent toute l'année. Comme l'étude a été publiée (Raphael, Wahlstrom et McLean, 1986), nous n'en donnerons ici qu'un bref résumé. Même si divers ouvrages vantent les mérites de la division de l'année scolaire en deux semestres, les élèves des écoles où les cours durent toute l'année obtiennent de meilleurs résultats. Aucune autre caractéristique des classes et des écoles (classe sociale des élèves, région rurale ou urbaine, etc.) ne saurait expliquer l'écart noté. Selon les chercheurs, les attitudes des élèves à l'égard des mathématiques ne variaient pas selon le système utilisé, mais les enseignants des écoles où les cours s'échelonnent sur toute l'année ont indiqué que la matière au programme était légèrement plus vaste.

Parce que la SEIM n'a pas été conçue en vue d'établir une telle comparaison, l'étude secondaire comporte des lacunes qui en rendent les résultats contestables. La technique d'échantillonnage au hasard, par exemple, ne tenait pas compte de la durée des cours (semestre ou année), et l'échantillon pourrait donc n'être représentatif d'aucun des deux groupes. Qui plus est, les élèves ont passé les tests en mai et, à ce moment-là, ceux des écoles où les cours s'échelonnent sur toute l'année avaient peut-être couvert plus de matière que les autres. Les enseignants ont par contre affirmé, dans un cas comme dans l'autre, que les élèves avaient vu tout le programme prévu et qu'ils en étaient au stade de la révision au moment où les questionnaires de la SEIM leur sont parvenus. Les conclusions de l'étude peuvent néamoins donner à réfléchir aux responsables des écoles où l'on songe à adopter le système des deux semestres. Ils peuvent invoquer de nombreuses raisons à l'appui d'une telle décision, mais ni les résultats obtenus en mathématiques ni les attitudes à l'égard de cette matière ne sauraient être du nombre.

## 3.3 Rétablissement d'un lien direct entre les résultats de la SEIM, d'une part, et l'enseignement et l'apprentissage, d'autre part

Les membres des populations A et B ont été soigneusement choisis de façon à composer un échantillon représentatif de l'ensemble des écoles de la province en fonction de critères tels l'effectif, la région et le genre d'école (séparée,

privée, de langue française, publique). Nous n'avons donc pas composé un échantillon représentatif d'un conseil scolaire en particulier. Les conseils constituent néanmoins les organismes administratifs qui prennent, sous la direction du ministère de l'Éducation, toutes les décisions importantes en matière d'enseignement. Même si les résultats de l'enquête sont très clairs pour l'ensemble de la province, ils ne fournissent pas aux enseignants et aux administrateurs locaux l'échantillon de leurs classes qui pourrait rendre les résultats tout à fait probants à l'échelle de leur conseil scolaire.

Le président du comité directeur, M. Howard Russell, a incité l'un des conseils scolaires de l'Ontario à répéter une partie de la SEIM sur son territoire; celui-ci a distribué les questionnaires d'examen à tous les élèves de la 8$^{e}$ année et de la 13$^{e}$ année et les formules "Enseignement et apprentissage" à tous les enseignants de ces deux niveaux scolaires. L'IEPO a fourni des copies des questionnaires d'examen, analysé les résultats et rédigé un rapport spécial, en vertu d'un contrat conclu avec le conseil scolaire en question. L'Institut a présenté les résultats sous forme de moyennes des écoles et des classes, pour chaque sujet mathématique, et les a codé de façon que seuls les administrateurs locaux puissent reconnaître les écoles et les classes. Les résultats obtenus ont été assez utiles pour que sept autres conseils scolaires emboîtent le pas. Les études qui en ont résulté ne portaient pas toujours sur les deux populations, mais elles ont tout de même eu des retombées importantes sur l'ensemble du programme de mathématiques des conseils qui les ont effectuées. L'un des conseils a d'ailleurs déjà réalisé deux études de ce type.

Il semblerait que l'on procède de la façon suivante. Le coordonnateur des études en mathématiques et coordonnateur de la recherche (le cas échéant) reçoivent les résultats et en discutent avec les cadres supérieurs du conseil et les conseillers scolaires (ceux qui ont été élus pour diriger le conseil). Le coordonnateur du programme de mathématiques visite ensuite chaque école pour dévoiler les résultats qui y ont été obtenus et les situer par rapport à ceux des autres écoles du conseil et des écoles d'autres pays. Les fonctionnaires ont affirmé qu'ils avaient modifié leurs programmes de perfectionnement des enseignants pour tenir compte des problèmes soulevés par l'étude et qu'ils avaient apporté des changements aux programmes d'études (la version détaillée des programmes-cadres du Ministère à l'échelle de l'école).

Comme les concepteurs de la SEIM s'y attendaient, la description qui est faite aux enseignants et aux administrateurs de la matière réellement enseignée présente en soi un grand intérêt, parce qu'ils n'avaient jamais obtenu une évaluation aussi systématique du programme qu'ils mettent en oeuvre. Les administrateurs n'ont eu aucun mal à comparer cette description au programme prévu, qu'ils connaissent à fond. Les résultats des élèves ont en général confirmé les opinions des enseignants et des administrateurs, mais les quelques surprises que l'on a eues disent l'utilité de l'opération. Une école secondaire dont les résultats avaient toujours été parmi les meilleurs et qui jouissait d'une excellente réputation n'a cette fois pas obtenu des résultats aussi brillants qu'elle l'aurait voulu, ce qui l'a amené à réévaluer son programme. Tout s'est déroulé, soit dit en passant, sans faire de publicité, en donnant aux écoles le temps de consulter une documentation volumineuse et de prendre les mesures qui s'imposaient, sans devoir se défendre des généralisations simplifiées à l'extrême que les médias ne manquent pas de faire dans leur couverture des événements.

## Chapitre 4

## Comment faire correspondre l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

Dans les chapitres précédents, nous avons donné une description de l'étude : participants, analyse des programmes scolaires et attitudes. Nous avons également presenté en détail les résultats obtenus en Ontario. Dans le cadre du présent chapitre, nous verrons certains résultats qui présentent un intérêt particulier et nous discuterons de leurs conséquences dans un contexte international.

### 4.1. Le programme de mathématiques dispensé dans les classes de 8$^{e}$ année de l'Ontario

Selon la définition donnée plus tôt, la population A de la SEIM appartenait au niveau scolaire où l'âge modal est de 13 ans. Deux décisions importantes pour la recherche découlent de cette définition. Premièrement, nous nous sommes attachés aux élèves d'un niveau scolaire précis, à savoir les élèves d'un ensemble donné de classes, qui suivent un programme de mathématiques particulier. Notre but était de savoir comment les mathématiques sont enseignées et comment elles sont apprises. On pourrait aussi étudier le rendement d'une population d'élèves de 13 ans, mais, dans la plupart des pays, il faudrait pour cela prélever des échantillons sur trois, voire même quatre niveaux différents, et l'on perdrait ainsi la relation avec l'apprentissage en classe et le programme scolaire. Deuxièmement, le niveau scolaire où se trouvent les enfants de 13 ans constitue un point du système d'éducation de la majorité des pays où la presque totalité de ce groupe d'âge fréquente encore l'école, suit des cours de mathématiques et partage généralement un programme commun de mathématiques. Par la suite, les élèves commencent à abandonner les cours de mathématiques et à suivre des cours différents de mathématiques, ou ils cessent carrément de fréquenter l'école.

Cette définition de la population A convenait parfaitement en Ontario, car la 8$^{e}$ année est un point du système où la presque totalité de ce groupe d'âge fréquente l'école et suit les mêmes cours de mathématiques. Au cours de l'année suivante, un changement important survient dans l'enseignement des mathématiques en Ontario, car la majorité des élèves commencent à fréquenter l'école secondaire et à recevoir un enseignement différentiel en mathématiques. Une année plus tard, le nombre d'enfants qui suivent des cours de mathématiques et fréquentent l'école commencent à diminuer.

La perspective internationale de la SEIM nous permet d'établir une comparaison entre la façon dont l'Ontario aborde ce tournant critique dans l'enseignement des mathématiques et ce qui se fait dans les autres systèmes d'éducation. Elle nous oblige donc à nous pencher sur certains choix implicites ou explicites concernant le programme scolaire et sur les conséquences de ces choix. Nous nous attarderons d'abord aux données relatives à l'Ontario et aux sept autres pays qui ont participé à l'étude complète de la population A, c'est-à-dire qui lui ont administré à la fois le test préliminaire et le test-bilan.

### 4.1.1 Dépistage et répartition par niveau

L'analyse des données internationales relatives à la population A a porté principalement sur les méthodes totalement différentes qu'utilisent les divers pays pour former les classes de mathématiques. Certains pays regroupent ou répartissent les élèves en fonction de leurs capacités, d'autres (dont l'Ontario) ont une politique interdisant la répartition des élèves par niveau. Dans le cas des huit pays qui ont administré le test préliminaire et le test-bilan, il est possible d'analyser de façon empirique les pratiques de regroupement. La première technique que nous utiliserons consiste à examiner la variance dans les résultats des tests de mathématiques (l'écart ou la dispersion des résultats des tests) au début de l'année scolaire, en subdivisant cette variance en trois catégories :

1. **Variance entre les écoles.** Dans certaines écoles, les élèves qui commencent la 8$^{e}$ année obtiennent en moyenne de meilleurs résultats que les élèves d'autres écoles. Cette variance entre les écoles pourrait être attribuable au milieu socio-économique qu'elles desservent ou à la qualité des programmes de mathématiques antérieurs (7$^{e}$ année et avant).

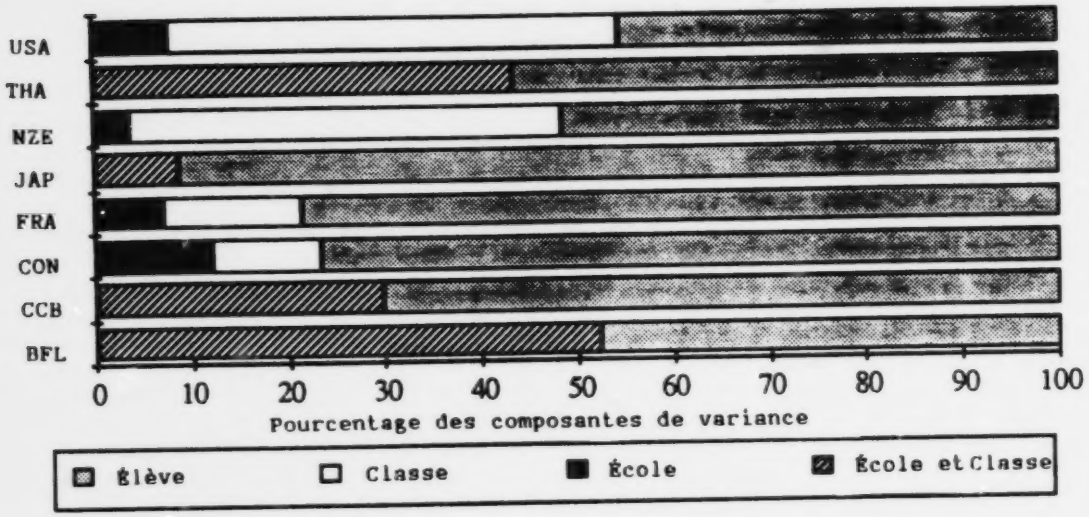
2. **Variance entre les classes d'une école.** Au tout début de l'année scolaire, le rendement moyen obtenu par différentes classes de mathématiques varie normalement entre très bon et faible. Dans les pays où l'on pratique la répartition par niveau en 8$^{e}$ année, cette variance devrait être importante, et c'est effectivement le cas (en Angleterre, en France et à Hong-Kong, par exemple). Cette variance devrait être faible en Ontario (et elle l'est), mais pas autant qu'au Japon.

3. **Variance entre les élèves d'une même classe.** Les élèves d'une classe possèdent inévitablement des capacités diversifiées en mathématiques au début de l'année, ce que les résultats reflètent. Cette variance est élevée dans tous les pays, même dans ceux où la répartition par niveau est pratiquée.

Il est particulièrement intéressant de constater le degré de variance que l'on retrouve à chacun des trois niveaux (écoles, classes et élèves). Ces trois degrés de variance sont appelés des composantes. Nous avons procédé à une analyse de ces trois composantes à l'aide de la seule mesure dont nous disposions pour chaque élève, à savoir les résultats obtenus en début d'année dans le test principal. Vous vous souviendrez que le test principal était un rassemblement pêle mêle de divers sujets mathématiques qui ne serait pas très utile pour l'analyse du rendement de la classe. Certaines questions ont été incluses parce qu'elles faisaient partie de la première étude. Ce test permet de décrire les connaissances générales que les élèves possèdent en mathématiques au début de l'année.

Les résultats sont indiqués à la figure 4-1 et exigent deux éclaircissements techniques. Tout d'abord, dans quatre des pays, une seule classe a été choisie par école. Il est donc impossible de distinguer la variance entre les écoles de la variance entre les classes. Deuxièmement, on a évalué les variances de façon à obtenir des résultats réels, c'est-à-dire des résultats qui ne tiennent pas compte des erreurs de mesure dues à l'interaction entre des questions précises du test de mathématiques.

**Figure 4-1 : Degré de variance dans les résultats des tests préliminaires qui peut être attribué aux écoles, aux classes et aux élèves**




Les longues bandes blanches au milieu des barres révèlent que deux des pays, la Nouvelle-Zélande et les États-Unis, ont fait un choix marqué en faveur de la différenciation des élèves à ce niveau scolaire. Dans le cas des États-Unis, E. Kifer a étudié la façon dont le dépistage détermine et limite le degré d'apprentissage dans ce pays. La différenciation officielle au chapitre du programme scolaire (on peut retrouver dans une même école des classes de rattrapage, des classes ordinaires, des classes renforcées et des classes d'algèbre) détermine pour une large part le degré d'apprentissage et les occasions d'apprentissage permanentes en mathématiques. En Nouvelle-Zélande, la répartition par niveau est apparemment plus générale et fondée sur les capacités, mais il existe toujours un programme scolaire commun. Les écoles japonaises font exception. En raison du plan d'échantillonnage appliqué au Japon, il est impossible de distinguer la variance entre les écoles de la variance entre les classes, mais ces deux variances doivent de toute évidence être très faibles. Au Japon, les écoles et les classes de ce niveau scolaire sont extrêmement homogènes. Le cas des écoles belges de langue flamande est inhabituel en ce que les Belges possèdent déjà à ce niveau des systèmes scolaires différenciés (système académique, professionnel, etc.). On constate donc une importante variance entre les écoles.

Sur le plan du dépistage et de la répartition par niveau, l'Ontario occupe une position centrale. On y observe une variance entre les écoles d'environ 10 p. 100 et une autre variance également de 10 p. 100 entre les classes d'une même école. La politique éducative de l'Ontario interdit toute forme de dépistage et de répartition par niveau en 8$^{e}$ année. La variance relativement faible mais statistiquement significative entre les classes indique donc que l'on s'écarte de cette politique dans une certaine mesure. L'une des conséquences de l'absence relative de dépistage est que les possibilités d'offrir un enseignement spécialisé sont réduites aux deux extrêmes de la gamme des capacités. Certains prétendent qu'il est difficile dans un système homogène

d'offrir une aide spéciale et un enseignement orthopédagogique aux élèves moins doués en mathématiques et que les élèves qui ont de la facilité peuvent s'en trouver pénalisés. Lorsque la répartition par niveau commence en 9e année, la différence est énorme. Une enquête menée à l'échelle provinciale (McLean, 1982a) a révélé que la différence de rendement entre les classes de niveau général et les classes de niveau avancé au sein de la même année (la 9e ou la 10e) était supérieure à l'amélioration du rendement moyen de la 7e à la 10e année.

Malgré leurs succès, les Japonais sont inquiets au sujet de leurs écoles et ont entrepris une grande réforme. Faisant fi des directives du ministère de l'Éducation, le premier ministre Nakasone a mis sur pied une Commission ad hoc sur la réforme du système d'éducation en 1984. Le président de cette commission est l'ancien doyen de l'Université de Kyoto, et les membres proviennent de toutes les couches de la société japonaise. Dans son deuxième rapport, cette commission dénonçait "la rigidité, l'uniformité et l'étroitesse d'esprit... une tendance à imposer des contrôles excessifs aux élèves". Le système a "gaspillé l'esprit créateur des enfants". Les élèves n'apprennent pas à penser de façon autonome; on ne leur permet pas d'acquérir "une personnalité distincte ou l'aptitude à gouverner leur propre destinée".[11] La commission a suggéré très tôt que les Japonais devront, au cours du siècle à venir, faire preuve d'ouverture d'esprit, de créativité et d'indépendance intellectuelle et se percevoir comme appartenant à la communauté internationale.[12] Il semble donc que les écoles japonaises ne seront plus aussi homogènes durant la prochaine décennie.

La décision de l'Ontario d'offrir un enseignement homogène des mathématiques en 8e année a probablement été davantage motivée par des considérations sociales que par un souci pédagogique. Peut-on alors dire que la tendance à s'orienter vers la différenciation des classes au sein des écoles suppose une difficulté perçue ou réelle à faire face à la grande variété des adolescents se trouvant dans les classes homogènes?

### 4.1.2 Différenciation du contenu

L'analyse des variances présentée à la figure 4-1 repose sur les résultats du test préliminaire, c'est-à-dire les résultats recueillis au début de l'année scolaire et qui ne sont donc pas influencés par l'enseignement reçu durant la 8e année. Elle ne fait donc ressortir que les pratiques de regroupement. Nous allons maintenant voir une autre façon dont un système d'éducation influe sur les occasions d'apprentissage des élèves en mathématiques, soit la différenciation du contenu mathématique présenté durant l'année scolaire.

Les renseignements concernant le contenu pédagogique ont été recueillis auprès des enseignants des mêmes classes sur lesquelles les échantillons d'élèves ont été prélevés. En Ontario, 197 enseignants provenant de 130 écoles ont répondu au questionnaire. Comme nous le décrivons à la section 2.5, nous avons remis aux enseignants, vers la fin de l'année scolaire, un ensemble complet de questions visant à déterminer le rendement (180) et nous leur avons demandé :

1. d'évaluer quel pourcentage des élèves pourrait répondre correctement à chacune des questions;

2. d'indiquer si les "notions mathématiques nécessaires pour répondre à la question" avaient été enseignées ou revues durant l'année;

3. d'indiquer, lorsque les notions n'avaient été ni enseignées ni revues, si elles avaient été apprises durant une année antérieure, si elles le seraient au cours d'une année subséquente ou si elles ne faisaient pas du tout partie du programme scolaire.

Les réponses ont servi à calculer l'indice OA (occasion d'apprentissage) qui, sous sa forme la plus simple, indique si l'enseignant déclare qu'une notion a été enseignée ou revue ou, si tel n'est pas le cas, si cette notion a été couverte dans une année précédente. Si la réponse de l'enseignant est positive, l'élève a alors eu l'occasion d'apprendre la notion mathématique en question et on peut donc s'attendre à ce qu'il réponde correctement. La moyenne de la variable OA peut être calculée à partir de toutes les questions d'un domaine d'apprentissage particulier, tel que l'arithmétique ou l'algèbre, et être considérée comme une caractéristique de la classe (c'est-à-dire le nombre d'occasions d'apprentissage que les élèves ont eues), voire même de la province (la mesure dans laquelle l'algèbre est enseignée en Ontario).

On trouvera à la figure 4-2 la répartition entre les classes des renseignements relatifs aux occasions d'apprentissage obtenus auprès des enseignants. Cette répartition établit également la distinction entre les huit pays concernés et en fonction des cinq principaux domaines d'apprentissage. Chaque répartition est indiquée dans un encadré schématique. L'encadré montre où se trouvent les élèves de chaque classe représentant le groupe central de 50 p. 100 (soit de 25 à 75 p. 100), et un trait représente la médiane; les lignes montent et descendent vers ce que l'on pourrait considérer comme l'étendue "normale" de la répartition de part et d'autre de la partie centrale. Les x et les o indiquent les valeurs extrêmes.

De la figure 4-2, il ressort clairement que les pays diffèrent sur le plan des profils du contenu mathématique que les élèves ont (en moyenne) l'occasion d'apprendre. L'Ontario, de même que la Nouvelle-Zélande et les États-Unis, donne aux élèves moins d'occasions d'apprendre l'algèbre, ce qui n'est pas surprenant étant donné que beaucoup de sujets d'algèbre sont facultatifs en 8e année. Il existe un grand écart entre tous les pays en ce qui concerne le nombre d'heures consacrées à l'enseignement de la géométrie, et nous savons que ce problème est d'autant plus complexe que l'on n'enseigne pas partout les mêmes sujets de géométrie; en Belgique et en France en particulier, un grand nombre des questions du test international ont été considérées comme inappropriées; le programme de géométrie y est donc très différent de celui des autres pays. La variation est encore plus marquée pour ce qui est de l'enseignement des statistiques. L'Ontario fait bonne figure par rapport aux autres pays pour ces deux matières. En fait, nous pouvons remarquer que, à l'exception de l'algèbre, l'Ontario possède l'un des programmes de mathématiques les plus exhaustifs.

Les encadrés schématiques indiquent aussi la variation des occasions d'apprentissage entre les classes. Exception faite de l'arithmétique, la variance est généralement élevée. Par exemple, nous constatons qu'en Ontario, les occasions d'apprentissage de la géométrie sont inférieures à environ 30 p. 100 pour un quart des classes et supérieures à près de 60 p. 100 pour un autre quart (ces chiffres sont indiqués par le haut et le bas de l'encadré, par la marque des 75 et des 25 points respectivement). Comme nous l'avons mentionné au chapitre 2, cette grande variation est possible même lorsque les classes utilisent toutes le même programme de mathématiques en raison des sujets facultatifs et de la latitude dont disposent les enseignants. Nous pouvons alors nous poser les questions suivantes : Si un grand nombre de classes apprennent peu de géométrie et d'algèbre, quels sujets les élèves étudient-ils? Passent-ils la plus grande partie de leur temps à réviser des notions abordées

au cours des années précédentes? La SEIM n'a pas permis de répondre à ces questions, puisqu'elle mettait l'accent sur des éléments de matière plutôt que sur l'ensemble du programme scolaire mis en oeuvre par les enseignants.

### 4.1.3 Connaissances et apprentissage

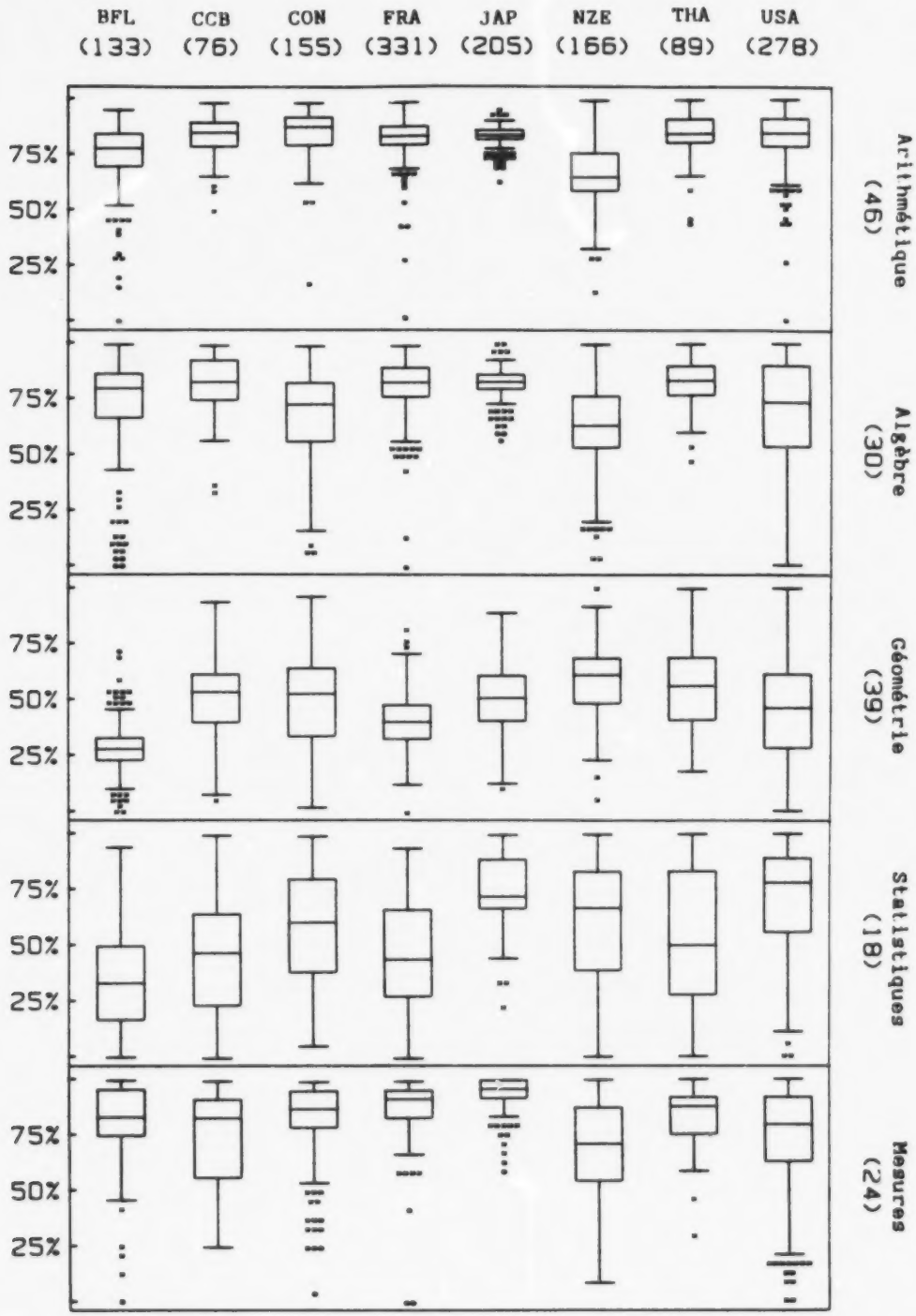
Lors de l'analyse et de l'interprétation des conclusions relatives au rendement, il faudra se montrer très prudent à cause des différences qui existent à l'échelle internationale et qui sont déjà apparues dans la composition des classes de mathématiques et le contenu des programmes scolaires révélé par les occasions d'apprentissage. Des difficultés techniques surviennent également lorsqu'on analyse les résultats relatifs au rendement; en effet, ceux-ci reposent en dernière analyse sur la capacité et l'habitude des élèves de répondre à des examens, lesquelles sont loin d'être constantes dans les huit pays. Ainsi le nombre d'élèves n'ayant fourni aucune réponse varie entre 1 et 5 p. 100 en Thaïlande et entre 5 et 50 p. 100 en France. De plus, notre but est d'établir une distinction entre les connaissances mathématiques, qui représentent l'accumulation de huit ans d'éducation, d'expériences extérieures à l'école, de bon sens et ainsi de suite, et l'apprentissage ou la croissance mathématique que nous pouvons déterminer en comparant le rendement au début et à la fin de l'année scolaire.

L'une des façons d'étudier la croissance consiste à observer a) les élèves qui ont appris, c'est-à-dire ceux qui ne connaissaient pas la réponse à une question au début de l'année scolaire, mais qui y ont répondu correctement à la fin de l'année, et b) les élèves qui ont oublié, c'est-à-dire ceux qui connaissaient la réponse à une question au début de l'année, mais qui n'y ont pas répondu correctement à la fin de l'année. La figure 4-3 donne les pourcentages des élèves qui ont appris et de ceux qui ont oublié dans chaque pays et pour trois des principaux domaines d'apprentissage, à savoir l'arithmétique, la géométrie et l'algèbre. Ces pourcentages constituent une moyenne calculée en fonction des élèves et des questions. Le pourcentage des élèves qui ont appris nous indique dans quels pays on observe une croissance, tandis que le pourcentage des élèves qui ont oublié nous avertit des effets que peut avoir le fait que les élèves obtiennent la bonne réponse par hasard, en devinant. Bien sûr, l'oubli peut également refléter une baisse de rendement dans un domaine appris il y a un certain temps ou être la conséquence d'un mauvais apprentissage.

Nous constatons premièrement que l'apprentissage a été relativement faible en arithmétique. Comme nous l'avons vu plus tôt, tous les pays ont signalé qu'ils offraient un grand nombre d'occasions d'apprentissage de l'arithmétique; toutefois, un examen plus approfondi des réponses fournies par les enseignants au questionnaire "Enseignement et apprentissage" et au questionnaire plus détaillé sur le processus pédagogique révèle que l'apprentissage de l'arithmétique consiste dans une large mesure à réviser des notions déjà étudiées, c'est-à-dire des notions qui ont été enseignées au cours des années précédentes (les fractions par exemple).

Deuxièmement, à l'exception manifeste du Japon, nous constatons que l'apprentissage de la géométrie a été relativement faible. Encore une fois cependant, il est difficile d'interpréter les résultats relatifs à la géométrie, car les occasions d'apprentissage sont relativement peu nombreuses et la matière enseignée ne correspond pas toujours au programme scolaire national.

**Figure 4-2 :** Encadrés schématiques de la répartition des occasions d'apprentissage entre les classes de la population A, par domaine d'apprentissage et par pays



Enfin, en algèbre, le degré d'apprentissage s'est révélé sensiblement élevé dans quatre pays, mais pas en Ontario. L'Ontario n'insiste pas sur l'algèbre, elle ne procède pas non plus à une répartition par niveau qui amènerait les élèves à suivre des cours d'algèbre et n'obtient pas un très bon rendement dans ce domaine. À la lumière du succès obtenu par certains pays qui ont introduit l'algèbre plus tôt dans leur programme, nous devrions nous demander si le programme scolaire de l'Ontario serait renforcé par une intensification de l'enseignement de l'algèbre en 8$^{e}$ année. Il est évident qu'une bonne partie du temps est consacrée, sans grands résultats, à la révision de notions arithmétiques, telles que l'addition de fractions, qui ont été abordées l'année précédente ou au cours de plusieurs années antérieures.

### 4.2 Programme de mathématiques avancées au cycle supérieur de l'Ontario

La définition de la population B comme étant composée des élèves de la dernière année du palier secondaire qui suivent des cours de mathématiques de niveau avancé constituant une part importante (cinq heures par semaine) du programme menant à des études postsecondaires indique un changement dans l'optique de notre étude : plutôt que de nous concentrer sur un programme de mathématiques universel, nous nous penchons maintenant sur un programme destiné à une élite.

À ce niveau d'apprentissage, les comparaisons du rendement mathématique deviennent particulièrement difficiles à l'échelle internationale, car il existe, entre les douze pays sur lesquels des données ont été recueillies, des différences considérables quant à la nature des populations d'élèves et, dans une certaine mesure, au contenu des cours de mathématiques. Même si cette comparaison s'avère difficile, elle en vaut toutefois la peine, car elle nous amène à nous demander combien d'élèves consacrent combien d'heures à l'apprentissage des mathématiques, ce qui est une question fondamentale.

#### 4.2.1 Le caractère sélectif du système et la spécialisation

Puisque nous traitons ici de la dernière année du palier secondaire, il serait bon de préciser que les pays se distinguent d'une part en ce qui a trait au nombre d'élèves qui poursuivent leurs études jusqu'à ce niveau et, d'autre part, en ce qui a trait à la proportion de ces élèves que l'on peut considérer comme se spécialisant en mathématiques. La figure 4-4, où le chiffre 100 représente l'ensemble des personnes appartenant au groupe d'âge concerné, indique la proportion d'entre elles qui fréquentent encore l'école et, parmi ces dernières, le pourcentage d'élèves se spécialisant en mathématiques.

**Figure 4-3 : Graphique à doubles barres sur le pourcentage des élèves qui ont oublié et de ceux qui ont appris dans trois domaines d'apprentissage**

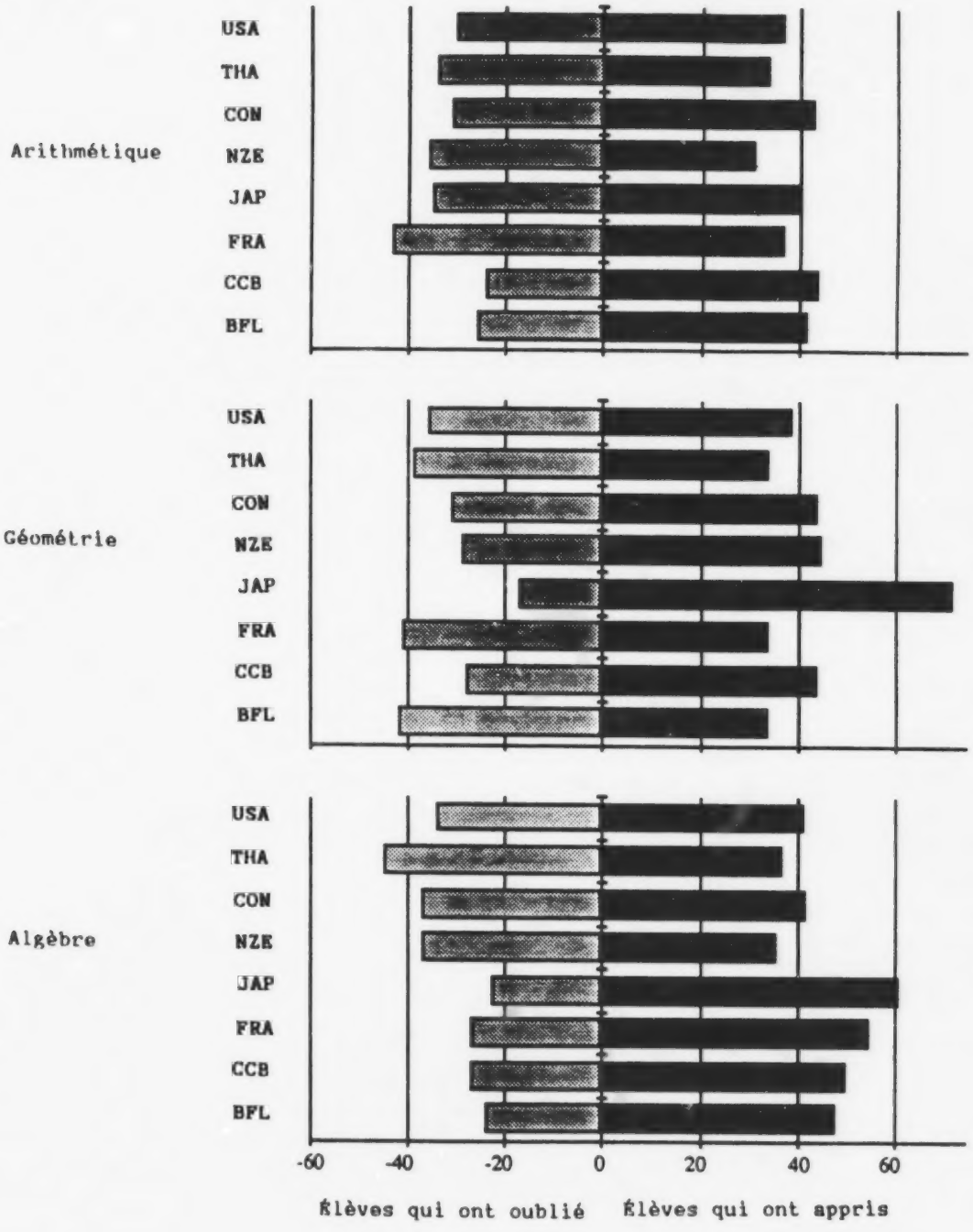
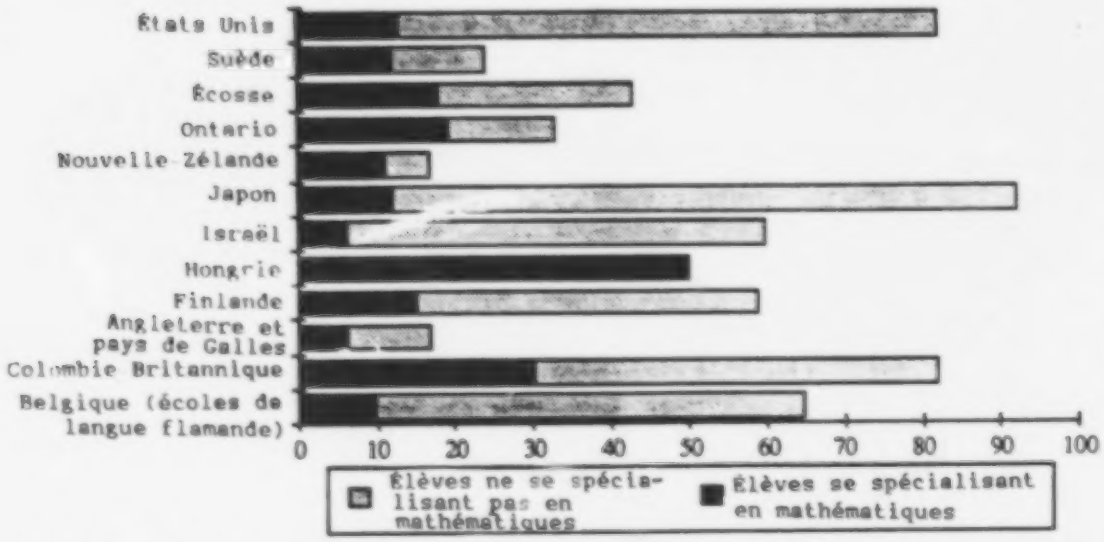


**Figure 4-4 : Histogramme des élèves de la population B par rapport à l'ensemble du groupe d'âge et du niveau scolaire**




Comme on peut le constater, les taux de participation varient considérablement d'un pays à l'autre. En effet, les systèmes de l'Angleterre et de la Nouvelle-Zélande sont très sélectifs, contrairement à ceux des États-Unis, du Japon et de la Colombie-Britannique, qui ne le sont pas du tout. Les données sur l'Ontario peuvent induire en erreur ceux qui ne connaissent pas bien le système, puisque les élèves qui suivent au moins deux cours de mathématiques en 13$^{e}$ année et qui ont participé à l'enquête constituent un sous-groupe distinct, celui des élèves qui s'orientent vers des études universitaires. Presque tous les élèves ontariens qui ont été soumis à l'enquête étaient en 13$^{e}$ année, alors que ceux des États-Unis et de la Colombie-Britannique étaient en 12$^{e}$ année.

Si l'on considère le nombre d'élèves se spécialisant en mathématiques par rapport aux autres élèves appartenant au même groupe d'âge ou au même niveau scolaire, on constate que les écarts entre les pays sont énormes. En Hongrie, seulement la moitié des personnes de ce groupe d'âge se rend jusqu'à la dernière année du palier secondaire, mais tous suivent des cours de mathématiques de niveau avancé, de calcul infinitésimal en l'occurrence. En Colombie-Britannique, un fort pourcentage d'élèves de ce groupe d'âge s'inscrivent à de cours de mathématiques de niveau avancé; toutefois, comme nous le verrons plus loin, les programmes n'incluent pas de calcul infinitésimal. Dans les autres pays où un nombre élevé de membres de ce groupe

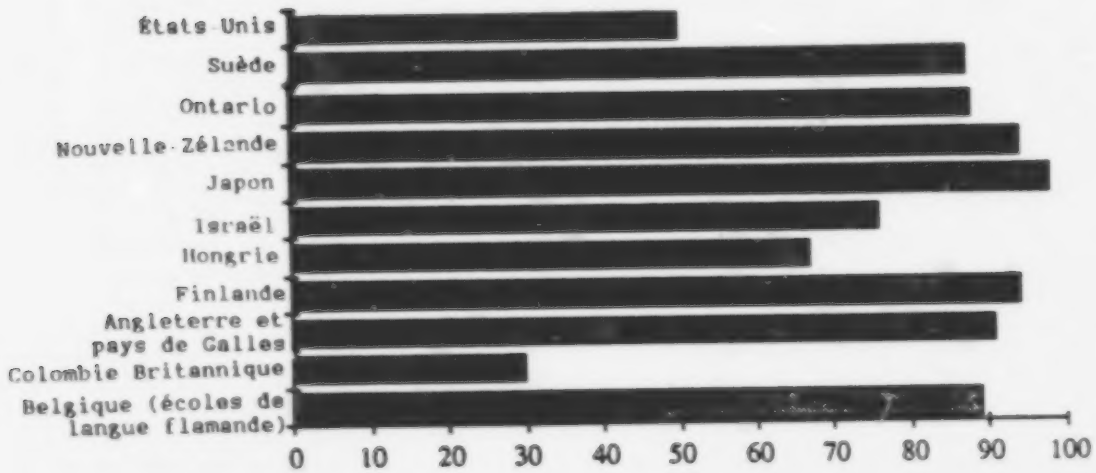
d'âge fréquentent encore l'école, cette situation se trouve contrebalancée par un faible taux de participation aux cours de mathématiques. Les données sur l'Ontario sont encore une fois difficiles à interpréter et à comparer, mais il est clair que le nombre d'élèves se spécialisant en mathématiques y est élevé.

Ces données datent de 1982-1983 et l'on peut se demander quelles répercussions les nouveaux règlements relatifs aux CPO maintenant en vigueur auront sur la position des élèves ontariens sur le plan international.[13] Il est évident que les philosophies et politiques relatives à la participation au cycle supérieur du palier secondaire et à la spécialisation en mathématiques diffèrent radicalement selon les pays et que ces divergences exercent une influence certaine sur le nombre de jeunes qui poursuivent des études en technologie.

### 4.2.2 Le contenu des cours de mathématiques dispensés au cycle supérieur du palier secondaire

Le contenu des programme de mathématiques dispensés au cycle supérieur du palier secondaire n'intéressent que les éducateurs de ce domaine, et particulièrement ceux du palier universitaire dont les étudiants proviennent des écoles secondaires. La figure 4-5 présente les occasions d'apprentissage offertes aux élèves pour ce qui est de l'analyse, sujet englobant les fonctions élémentaires de même que le calcul infinitésimal. Il convient de noter qu'il s'agit ici des élèves se spécialisant en mathématiques et que l'on ne tient pas compte des taux de participation.

**Figure 4-5 :** Histogramme des occasions d'apprentissage des mathématiques offertes aux élèves de la population B



On se plaint du fait que les connaissances en mathématiques des élèves qui se présentent à l'université sont insuffisantes et qu'ils doivent réapprendre ce qu'ils ont étudié au palier secondaire. On s'interroge en particulier sur l'utilité et l'efficacité des cours de calcul infinitésimal. En Ontario, presque tous les élèves se spécialisant en mathématiques suivent des cours de calcul infinitésimal au palier secondaire, ce qui est également le cas dans la plupart des autres pays, à l'exception des États-Unis et de la Colombie-Britannique. Il conviendrait peut-être de considérer ces deux importantes exceptions à la lumière des révisions qui ont été apportées depuis au programme de mathématiques ontarien. En Colombie-Britannique, on ne donne tout simplement pas de cours de calcul infinitésimal et le programme de mathématiques dispensé au cycle supérieur du palier secondaire se compose plutôt de cours assez approfondis en algèbre et en trigonométrie. Les professeurs d'université s'attendent à devoir enseigner le calcul infinitésimal aux étudiants. Aux États-Unis, il existe un programme national spécial de calcul infinitésimal, que certaines écoles offrent à leurs meilleurs élèves et qui permet à ces derniers d'être acceptés à l'université à l'avance s'ils réussissent le test que ce programme comporte. Les élèves de l'Ontario, pour leur part, étudient le calcul infinitésimal en 13$^{e}$ année et au cours de leur première année d'études universitaires. Il faut noter cependant qu'ils ont obtenu de piètres résultats en trigonométrie lors de la SEIM.

Convient-il vraiment d'accorder une telle importance au calcul infinitésimal lorsque le taux de participation est si élevé? On a soutenu que c'est la raison pour laquelle on enseigne de nouveau cette matière à l'université et que, dans les écoles secondaires, on ferait mieux de consacrer les cours de mathématiques à l'approfondissement des notions préalables à l'étude du calcul infinitésimal ou carrément à l'étude d'autres sujets. Pour répondre à cet argument et tenir compte des résultats de la SEIM, le comité de projet chargé de concevoir le nouveau programme-cadre de mathématiques a créé de nouveaux cours (voir la note 13). Ainsi certains sujets font maintenant partie d'autres unités et sont traités plus à fond. La trigonométrie, par exemple, ne fera plus partie du cours sur les relations et les fonctions (qui sera éliminé), mais constituera l'une des unités de base du cours de calcul infinitésimal. Un nouveau cours, les mathématiques finies, portant sur les matrices, les mathématiques des combinaisons, les probabilités et les statistiques sera offert.

### 4.2.3 La formation de l'élite

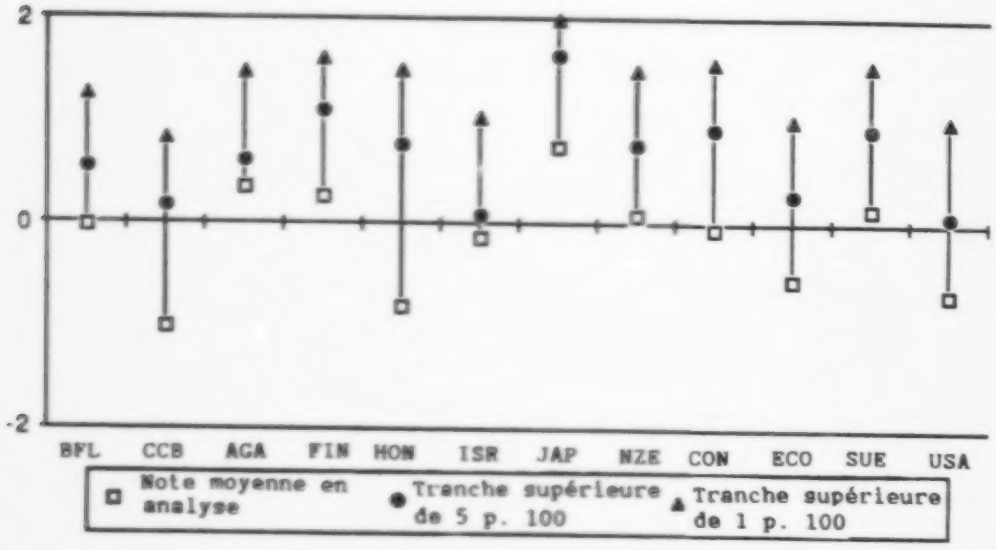
Les écarts importants qui existent entre les taux de participation aux cours de mathématiques et le contenu des cours rendent impossible l'établissement de comparaisons judicieuses du rendement en fonction de l'enseignement sur le plan international. Lorsqu'on tente d'instruire une grande partie du groupe d'âge examiné, il semble inévitable que la moyenne baisse. Les comparaisons restent néanmoins possibles entre les élèves les plus forts en mathématiques. On peut supposer que l'on s'attache dans chaque pays à donner à ces élèves toutes les occasions possibles d'apprendre les mathématiques, sachant bien que les aptitudes exceptionnelles en mathématiques se manifestent souvent très tôt.

Dans une analyse complexe des résultats obtenus dans douze pays, Miller et Linn (1985) ont conçu un système de notation qu'ils ont ensuite utilisé de concert avec les taux de participation des élèves du groupe d'âge à l'étude pour obtenir trois résultats :

- la note moyenne, dans le domaine de l'analyse, de tous les élèves ayant passé l'examen;
- la note du groupe de 5 p. 100 composé des élèves ayant obtenu les meilleurs résultats;
- la note du groupe de 1 p. 100 composé des élèves ayant obtenu les meilleurs résultats.

Le premier résultat est dans une large mesure fonction de la participation au test dans chaque pays, mais les deux autres permettent d'établir des comparaisons. Il nous faut supposer que les meilleurs élèves ont obtenu une note plus élevée que celle qu'auraient pu obtenir ceux qui n'ont pas passé le test. La figure 4-6 présente les résultats de cette analyse.

**Figure 4-6 : Graphique du rendement moyen de la population B en analyse et des rendements estimatifs des meilleurs élèves**




Comme on s'y attendait, c'est dans les pays où le taux de participation est le plus élevé que la moyenne est la plus basse. Par contre, lorsque l'on compare les 1er et 5e percentiles, les conclusions que l'on tire sont tout autres. L'élite japonaise remporte incontestablement la palme, puisque le groupe de 5 p. 100 composé des meilleurs élèves a obtenu des résultats supérieurs à ceux du groupe de 1 p. 100 qui se trouvent à la tête de la population dans tous les autres pays. L'élite ontarienne s'est très bien tirée d'affaire, à peu près comme celle de la Nouvelle-Zélande, où le système est plus sélectif, et celle de la Hongrie, où il l'est moins. En fait, il ne semble pas y avoir de véritable lien entre le caractère sélectif du système et le rendement de l'élite.

### 4.3 Résumé et conclusions

La participation de l'Ontario à la seconde enquête internationale sur l'enseignement des mathématiques a mené à une étude étonnamment minutieuse du programme de mathématiques offert en 8e année ainsi qu'en 12e et en 13e.

Les données sur plusieurs pays dont nous disposons maintenant nous ont permis de rédiger ce premier rapport public, qui ne présente toutefois qu'une petite partie des résultats et des conclusions tirées. Les comités chargés de la conception des programmes au ministère de l'Éducation ont eu, pendant un certain temps, le rapport complet en mains et ils s'en sont inspirés pour réviser les programmes-cadres. Nous espérons que le présent document incitera un plus grand nombre des éducateurs oeuvrant dans le domaine des mathématiques à consulter le rapport complet. Ils pourront même, grâce à l'aide de l'IEPO, étudier les données pour répondre à des questions sur lesquelles l'Institut ne s'est pas penché.

Comme nous l'avons mentionné au début du présent document, il est bien évident que les écoles de l'Ontario pourraient couvrir plus de matière en mathématiques au niveau de la 8$^{e}$ année qu'elles ne le font actuellement et qu'une grande majorité des élèves pourraient en tirer profit. Les écarts entre les classes démontrent que certaines écoles se sont peut-être déjà engagées dans cette voie, allant ainsi à l'encontre de l'esprit, si ce n'est de la lettre, des règlements provinciaux. On consacre beaucoup de temps à réviser et à enseigner de nouveau certains concepts arithmétiques sans obtenir les résultats auxquels on pourrait s'attendre; il faut donc procéder à des changements. Il faudra soit trouver de meilleures méthodes, soit consacrer ce temps à d'autres branches des mathématiques dans lesquelles les élèves pourront réaliser plus de progrès. L'extrait suivant du nouveau programme-cadre de mathématiques s'appliquant à la 8$^{e}$ année (tiré de la partie traitant des entiers naturels et nombres décimaux) permet d'affirmer que l'on se rend compte de la situation.

> L'étude de la valeur positionnelle des chiffres permet de renforcer les connaissances acquises en 7$^{e}$ année. Les élèves devraient réviser et mettre en pratique leur aptitude au calcul à l'aide d'applications et de résolution de problèmes faisant appel à l'approximation et au calcul mental pour prévoir la vraisemblance de leurs résultats. (ministère de l'Éducation, 1985, p. 35)

On a suggéré d'insister davantage sur l'algèbre en général, sans cependant s'en tenir à des notions abstraites et à une approche de type classique. Il est possible d'amener les notions d'algèbre en proposant des problèmes concrets portant sur des questions d'argent et des mesures et en utilisant des calculatrices et des ordinateurs, sans pour autant délaisser les opérations arithmétiques. Les exercices comportant des problèmes qu'il est impossible de rattacher à la réalité pourraient très bien être éliminés au cycle intermédiaire. Voici l'introduction de la partie intitulée Variables, formules et équations du nouveau programme-cadre.

> Les patrons numériques, les problèmes d'arithmétique et les formules de mesure devraient permettre de revoir l'utilisation de la notation algébrique. On devrait mettre l'accent sur le fait que les expressions et les équations algébriques sont des généralisations d'expressions et d'équations arithmétiques. Les élèves devraient approfondir leur connaissance des méthodes non conventionnelles mais systématiques de résolution des équations. (p. 37)

Il nous a fait plaisir de constater que les meilleurs élèves de l'Ontario avaient obtenu de bons résultats. Les groupes des 5 p. 100 et des 1 p. 100 des élèves se trouvant à la tête de la population se sont bien tirés d'affaire comparativement à ceux des autres pays, compte tenu du fait qu'une grande proportion des adolescents de ce groupe d'âge fréquentent l'école et qu'ils sont nombreux à s'inscrire aux cours de mathématiques. Les questions de la SEIM

n'avaient pas pour but de faire donner toute leur mesure aux élèves composant l'élite de chaque pays, mais le fait que nous puissions, en Ontario, donner à de nombreux élèves la chance d'étudier les mathématiques sans pour autant désavantager les plus forts nous semble néanmoins encourageant.

Ceci dit, nous avons des raisons de craindre l'avenir. Les élèves de 13$^{e}$ année acquièrent en calcul infinitésimal une grande quantité de notions très élémentaires qu'il leur faudra peut-être revoir à l'université. Ils font cependant piètre figure dans les matières préalables à l'étude du calcul infinitésimal comme la trigonométrie. Il reste à savoir si une légère modification du programme-cadre provincial peut mener à une amélioration quantifiable. Les élèves ontariens ont obtenu de bons résultats en algèbre. Que se passera-t-il après la disparition de la 13$^{e}$ année et l'avènement des CPO? Si les notions de calcul infinitésimal que l'on enseigne en Ontario restent élémentaires, que le sujet conserve sa popularité et que les nouveaux cours d'algèbre et de géométrie n'attirent qu'un nombre restreint d'élèves, ce ne sera pas de bon augure.

On dit que les CPO sont de niveau avancé et ils le sont à bien des égards. Le cours avancé sur les nombres complexes fait bel et bien partie du programme prévu, mais non des programmes mis en oeuvre et obtenu. Tous les enseignants ont prétendu que le sujet était au programme dans une autre classe et les élèves ont affirmé n'en avoir jamais entendu parler. Dans le nouveau programme-cadre, les nombres complexes constituent l'une des unités de base du cours d'algèbre et de géométrie et ne figurent nulle part ailleurs. Au moins, le programme prévu est clair.

Enfin, la SEIM nous a beaucoup appris sur la façon dont nous devrions nous pencher sur l'enseignement des mathématiques. Il nous a été très profitable de considérer les programmes sous trois aspects. Nous ne nous contenterons plus d'étudier le seul programme obtenu. De l'étude longitudinale de la population A (ayant subi le test préliminaire et le test-bilan) se dégage la nécessité de concevoir des critères d'évaluation des progrès réalisés; autrement, nous n'arriverons pas à établir un lien entre le rendement et l'enseignement. Le résultat d'un test à un certain moment est inévitablement confondu avec l'ensemble des notions acquises auparavant, même dans le cas des nouveaux sujets, et il ne nous révèle rien ou presque rien qui puisse servir à améliorer l'enseignement. Le test de rendement en mathématiques de l'Ontario (OMAT), présenté comme source de données sur le plan national parce que l'on dispose de résultats qui remontent jusqu'en 1968, en est un bon exemple. Il est, bien sûr, encourageant de noter que le résultat moyen des élèves est demeuré constant durant quinze ans (Wahlstrom, Raphael et McLean, 1986), mais exception faite de cette constatation, il semble que nous ne puissions pas en tirer grand-chose.

Toutes les questions de la SEIM proposaient un choix de réponses, en partie parce que, selon les concepteurs de l'enquête, seul ce type de questions pouvait être utilisé de la même façon dans tous les pays. Les questions à choix multiples ont posé suffisamment de problèmes pour que l'on s'interroge sur leur véritable supériorité. En outre, les limitations réelles de ce type de questions sont tout simplement trop grandes. Pour savoir si les élèves sont en mesure de résoudre des problèmes, il faut leur donner des problèmes à résoudre, sans leur proposer de réponses. Même seulement quelques questions exigeant un effort personnel nous auraient grandement aidé à évaluer les programmes obtenus, et ce, tant sur le plan international qu'à l'échelle nationale.

L'Ontario a déjà tiré profit de sa participation à la SEIM, puisque les rapports distincts ont fait l'objet de discussions et que la documentation a été employée à bon escient à l'échelle des conseils scolaires et de la province. Sept conseils scolaires ont repris une grande partie de l'enquête sur leur territoire et d'autres conseils leur emboîteront peut-être le pas. L'enquête sur la matière réellement enseignée ainsi que sur les liens étroits qui existent entre les résultats obtenus et l'enseignement a fait l'objet d'une étude attentive et a servi à modifier le programme scolaire officiel prévu et, à l'échelle des conseils scolaires, les programmes de perfectionnement professionnel. La publication du présent rapport permettra à un plus vaste auditoire de prendre connaissance des résultats obtenus. Il est possible que nous commencions à peine à découvrir les heureuses conséquences de l'enquête.

## Bibliographie


FREUDENTHAL, Hans, "Pupils' achievement internationally compared - the IEA", in Educational Studies in Mathematics, 1975, n°6, pp. 127-186.

HUSÉN, T. (éditeur), Association internationale pour l'évaluation du rendement scolaire, Rendement de l'enseignement des mathématiques dans douze pays, 1969, Paris, Institut pédagogique national (traduction de l'anglais).

MCLEAN, Leslie D., Report of the 1981 Field Trials in English and Mathematics - Intermediate Division, ministère de l'Éducation, Toronto (Ontario), 1982a.

MCLEAN, Leslie D., Willing But Not Enthousiastic: Ontario Students' Views on Mathematics, Calculators, and Computers in Grades 7 to 10, ministère de l'Éducation, Toronto (Ontario), 1982b.

MCLEAN, Les, Teaching and Learning Chemistry in Ontario Grade 12 and 13 Classrooms - teachers, students, content, methods, attitudes and achievement, ministère de l'Éducation, Toronto (Ontario), 1986.

MCLEAN, Les, Dennis, Raphael et Merlin Wahlstrom, Intentions and Attainments in the Teaching and Learning of Mathematics - Report on the Second International Mathematics Study in Ontario, Canada, ministère de l'Éducation, Toronto (Ontario), 1986.

MILLER, M. David, et Robert L. Linn, Cross national achievement with differential retention rates, Université de l'Illinois, novembre 1985 (article polycopié).

Ministère de l'Éducation, Programme-cadre : Mathématiques aux cycles intermédiaire et supérieur, Toronto (Ontario), 1985.

PINEO, P., J. Porter et H. McRoberts, "The 1971 census and the socioeconomic classification of occupations", in Revue canadienne de sociologie et d'anthropologie, 1977, n° 14, pp. 91-102.

RAPHAEL, D., et M.W. Wahlstrom, "Use of instructional aids in mathematics teaching: The influence upon achievement", in Journal for Research in Mathematics Education (sous presse).

RAPHAEL, D., M.W. Wahlstrom et L.D. McLean, "Debunking the semestering myth: Student mathematics achievement and attitudes in secondary schools", in Revue canadienne de l'éducation, 1986, volume 11, n° 1, pp. 36-52.

RAPHAEL, D., M.W. Wahlstrom et R.G. Wolfe, The influence of mathematics homework upon student achievement and attitudes, Centre d'évaluation de l'éducation de l'Institut d'études pédagogiques de l'Ontario (OISE Educational Evaluation Centre), 1985, manuscrit non publié.

ROBITAILLE, David F., Thomas J. O'Shea et Michael K. Dirks, The second international mathematics study: The teaching and learning of mathematics in British Columbia, ministère de l'Éducation, Direction de l'évaluation de l'apprentissage (Learning Assessment Branch), Victoria (Colombie-Britannique), avril 1982.

WAHLSTROM, M.W., D. Raphael et L.D. McLean, "Comparative analysis of Ontario mathematics achievement 1968-1982", in Revue canadienne de l'éducation, 1986, volume 11, n° 2, pp. 174-179.

## Annexe A

### Participants à la seconde enquête internationale sur l'enseignement des mathématiques

| "Pays" | Degré de participation | Données supplémentaires |
|---|---|---|
| Angleterre et pays de Galles | Pop. A et B : test-bilan | |
| Australie | Reprise de la première enquête | |
| Belgique (écoles de langue flamande) | Pop. A : étude longitudinale<br>Pop. B : test-bilan | |
| Belgique (écoles de langue française) | Pop. A et B : test-bilan | |
| Canada (Colombie-Britannique) | Pop. A : test préliminaire principal et test-bilan<br>Pop. B : test-bilan seulement | Aucune |
| Canada (Ontario) | Pop. A : étude longitudinale | Pop. A : petit groupe ayant subi le test-bilan à titre d'échantillon témoin |
| | Pop. B : test-bilan seulement | Pop. B : test de rendement en math. de l'Ont. (OMAT) en plus |
| Chili | Désistement avant les tests | |
| Côte d'Ivoire | Désistement, aucune donnée | |
| Écosse | Pop. A et B : test-bilan | |
| États-Unis | Pop. A : étude longitudinale<br>Pop. B : étude longitudinale | Échantillon témoin seulement dans le cas du test-bilan |
| Finlande | Pop. A et B : test-bilan | |
| France | Pop. A : étude longitudinale | |
| Hong-Kong | Pop. A et B : test-bilan | |

| | |
|---|---|
| Hongrie | Pop. A et B : test-bilan |
| Irlande | Analyse du programme scolaire seulement |
| Israël | Pop. A et B : test-bilan |
| Japon | Pop. A : étude longitudinale (test préliminaire spécial)<br>Pop. B : test-bilan |
| Luxembourg | Pop. A : test-bilan |
| Nigeria | Pop. A : test-bilan |
| Nouvelle-Zélande | Pop. A : étude longitudinale<br>Pop. B : test-bilan |
| Pays-Bas | Pop. A : test-bilan |
| République dominicaine | Pop. A : étude longitudinale (enquête entreprise en retard - données ne figurant pas aux rapports internationaux) |
| Suède | Pop. A et B : test-bilan |
| Swaziland | Pop. A : test-bilan |
| Thaïlande | Pop. A : étude longitudinale<br>Pop. B : étude longitudinale |

## Annexe B

## Rapports parus ou à paraître relativement à la seconde enquête internationale sur l'enseignement des mathématiques

### Ouvrages internationaux

La maison d'édition Pergamon Press publiera les résultats en trois volumes en 1987.

TRAVERS, Kenneth J., et Ian Westbury, Volume I: Analysis of the International Mathematics Curriculum.

GARDEN, Robert A., et David F. Robitaille, Volume II: Student Achievement in Twenty-Two Countries.

BURSTEIN, Leigh, John Schwille, Thomas J. Cooney, Daniel Robin, David F. Robitaille et Kenneth J. Travers, Volume III: Student Growth and Classroom Processes in Lower Secondary School.

### Rapports nationaux choisis

CROSSWHITE, F. Joe, John A. Dossey, James O. Swafford, Curtis C. McKnight et Kenneth J. Travers, Second International Mathematics Study: Summary Report for the United States, Stipes Publishing Company, Champaign (Illinois), 1985.

Institut national de recherche en éducation, Rapport national pour le Japon (en japonais; on peut se procurer un très court résumé en anglais de chaque volume) :

- Mathematics Achievement of Secondary School Students - Second International Mathematics Study, septembre 1981, volume I.
- Mathematics Achievement and Associated Factors of Secondary School Students - Second International Mathematics Study, mars 1982, volume II.
- Mathematics Achievement and Teaching Practice in Lower Secondary Schools (Grade 7) - Second International Mathematics Study, mars 1983, volume III.

ROBITAILLE, David F., Thomas J. O'Shea, et Michael K. Dirks, The Second International Mathematics Study: The Teaching and Learning of Mathematics in British Columbia, ministère de l'Éducation, Direction de l'évaluation de l'apprentissage (Learning Assessment Branch), Victoria (Colombie Britannique), 1982.

## Rapports ontariens sur la SEIM


MCLEAN, Leslie D., Dennis Raphael et Merlin W. Wahlstrom, Intentions and Attainments in the Teaching and Learning of Mathematics - Report on the Second International Mathematics Study in Ontario, Canada, ministère de l'Éducation, Toronto (Ontario), 1986.

RAPHAEL, D., M.W. Wahlstrom, et L.D. McLean, "School structure and its relationship to student attitudes and achievement in mathematics", in International Review of Education (sous presse).

RAPHAEL, D., et M.W. Wahlstrom, "Use of instructional aids in mathematics teaching: the influence upon achievement", in Journal for Research in Mathematics Education (sous presse).

RAPHAEL, D., M.W. Wahlstrom, et L.D. McLean, "Debunking the semestering myth: student mathematics achievement and attitudes in secondary schools", in Revue canadienne de l'éducation, 1986, volume 11, n° 1, pp. 36-52.

WAHLSTROM, M.W., D. Raphael, et L.D. McLean, "Comparative analysis of Ontario mathematics achievement 1968-1982", in Revue canadienne de l'éducation, 1986, volume 11, n° , pp. .

HANNA, Gila, et André Ladouceur, "Les biais dans les traductions françaises des tests de la seconde enquête internationale sur l'enseignement des mathématiques", in For the learning of mathematics, août 1986.

MCLEAN, L.D., D. Raphael, et M.W. Wahlstrom, "Comparability of French items in SIMS questioned", in Orbit, 1985, n° 74.

RAPHAEL, D., M.W. Wahlstrom, et L.D. McLean, "Mathematics achievement in Ontario: results from the second international study of mathematics", in Crucible, 1985, volume 16, n° 1.

RAPHAEL, D., M.W. Wahlstrom, et L.D. McLean, "Do boys do better than girls in mathematics? Results from the second international study of mathematics", in Orbit, 1984, n° 70.

RAPHAEL, D., M.W. Wahlstrom, et L.D. McLean, "Intentions and attainments in the teaching and learning of Ontario grade 8 mathematics: results from the second international study of mathematics", in Ontario Mathematics Gazette, 1984, volume 22, n° 2.

RAPHAEL, D., M.W. Wahlstrom, et L.D. McLean, "Intentions and attainments in the teaching and learning of Ontario grade 12/13 mathematics: results from the second international study of mathematics", in Ontario Mathematics Gazette, 1984, volume 22, n° 3.

RAPHAEL, D., et M.W. Wahlstrom, "Ontario student achievement in international perspective: results from the second international study of mathematics", in Ontario Mathematics Gazette, 1984, volume 23, n° 1.

WAHLSTROM, M.W., D. Raphael, et L.D. McLean, "The teaching and learning of geometry in Ontario grade 8 classrooms: implications for teacher education of the second international study of mathematics", in Teacher Education, 1984, n° 25.

MCLEAN, L.D., D. Raphael, et M.W. Wahlstrom, "The second international study of mathematics: An overview of the Ontario grade 8 study", in Orbit, 1983, n° 67.

RAPHAEL, D., M.W. Wahlstrom et L.D. McLean, "The second international study of mathematics: An overview of the Ontario grade 12/13 study", in Orbit, 1983, n° 68.

WAHLSTROM, M.W., D. Raphael, et L.D. McLean, "A new era in testing: the second international study of mathematics", in The School Guidance Worker, 1983, volume 38, n° 4.

## Notes

[1]L'annexe B donne une liste des rapports internationaux et ontariens. Les lecteurs souhaitant avoir un compte-rendu complet de l'enquête pourront consulter les volumes du rapport international ou les rapports nationaux. L'annexe A donne la liste de tous les participants et indique l'étendue de leur participation. Le présent rapport ne donne qu'un bref résumé des résultats, car il vise principalement à situer les résultats ontariens dans une perspective internationale.

[2]Le Canada a choisi de ne pas participer à la préparation et à la réalisation de la première enquête en raison, semble-t-il, de considérations sociales et politiques plutôt que de réserves à l'égard de la qualité du projet.

[3]Au Swaziland, les élèves avaient en moyenne 15,7 ans et au Nigeria, 16,7 ans, en raison de circonstances particulières qui font que beaucoup d'élèves plus âgés que ceux des autres pays fréquentent l'école primaire.

[4]On a codé les professions à l'aide de l'échelle Pineo-Porter (Pineo, Porter et McRoberts, 1977); le rapport national ontarien (McLean, Raphael et Wahlstrom, 1986, annexe VI) donne de plus amples renseignements à ce sujet. Pour les besoins des analyses internationales, on a ajusté les échelles afin de faciliter les comparaisons. Ces modifications ont produit des différences entre les pourcentages "nationaux" et "internationaux". Ainsi, selon le tableau 2-1, 30 p. 100 des pères en Ontario étaient des ouvriers spécialisés ou non qualifiés alors que, selon le rapport international, 36,6 p. 100 des pères ontariens occupent ce type d'emploi. Le chiffre de 30 p. 100 demeure plutôt élevé.

[5]On entend par personnes admissibles celles qui cadrent avec la définition de la population B. Dans tous les pays sauf un, la Hongrie, le taux de persévérance était moins élevé que le pourcentage du groupe d'âge fréquentant encore l'école. On a utilisé le chiffre le plus bas pour tous les calculs relatifs au taux de persévérance effectués dans le cadre de la SEIM.

[6]Le taux de persévérance en mathématiques décrit la population B en tant que pourcentage de l'ensemble de son groupe d'âge et le taux de participation aux mathématiques la définit en tant que pourcentage de l'ensemble des élèves du même niveau scolaire. Le taux de persévérance général décrit l'ensemble des élèves de ce niveau en tant que pourcentage du groupe d'âge.

[7]Helen Featherstone, qui fait des recherches à Harvard, a préparé ce compte rendu, qui est paru dans le Times (London) Educational Supplement.

[8]Cette affirmation est en quelque sorte une tautologie, car on peut dire des mathématiques auxquelles elle fait allusion qu'elles sont des mathématiques scolaires : elles sont enseignées et appliquées à l'école, mais peu de gens s'en servent ailleurs. Ces mathématiques diffèrent des mathématiques populaires, constituées de techniques permettant de résoudre des problèmes d'arithmétique et de mesure, non enseignées à l'école mais acquises et utilisées dans la vie de tous les jours.

[9]Il s'agit de l'une des 14 pages du questionnaire portant sur le processus d'enseignement de l'algèbre. On demandait aux enseignants, à la page 1, s'ils avaient a) traité de ce sujet en tant que nouvelles notions, b) effectué une révision du sujet pour ensuite l'approfondir, c) effectué une révision seulement, d) considéré que les élèves connaissaient les notions et passé à un autre sujet ou e) ignoré ces notions, ne les enseignant pas et ne supposant pas que les élèves les connaissaient déjà.

[10]Le degré de difficulté moyen des questions se situait entre 0,4 et 0,9 dans l'ensemble des pays, avec une variation d'un système à l'autre et un taux de discrimination moyen d'au moins 0,3. On a considéré comme les plus intéressantes les questions relatives à des éléments de matière où les élèves étaient le plus susceptibles d'avoir accompli des progrès au cours de l'année et celles qui portaient sur les aptitudes au calcul, l'évaluation et l'approximation, le raisonnement tenant compte des proportions, ainsi que les questions pour la résolution desquelles une calculatrice était utile et les questions relatives aux nouvelles mathématiques et tirées de la première enquête. On a intégré quelques questions, principalement sur l'algèbre et la géométrie linéaires, parce que les enseignants belges disaient que ces deux sujets tenaient une place importante dans leur programme scolaire et n'étaient pas suffisamment présents dans les tests.

[12]Newsletter du National Institute for Educational Research, volume 18, n° 1, mars 1986, p. 4.

[13]Les initiales CPO désignent les cours préuniversitaires de l'Ontario, institués en 1985 dans le cadre d'un plan plus vaste qui permettra à certains élèves de terminer leurs études secondaires plus vite que les autres et d'être admis à l'université après quatre ans plutôt que cinq. Au départ, la plupart des cours de 13[e] seront des CPO, y compris les trois cours de mathématiques (algèbre, calcul infinitésimal, relations et fonctions). On met actuellement d'autres cours au point et, d'ici 1989, les trois cours de mathématiques s'intituleront Algèbre et géométrie, Calcul infinitésimal et Mathématiques finies.